

Análise Complexa e Equações Diferenciais - 2º semestre de 2009/10

Cursos: LEGM, LET, MEC

Ficha de Trabalho 9: 3 - 7 de Maio

1. Encontre a solução geral dos seguintes sistemas:

$$(a) \begin{cases} x' = 3x - y \\ y' = 4x - y \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x' = x - 2y - z \\ y' = y - x + z \\ z' = x - z \end{cases}$$

2. Determine e^{At} para as seguintes matrizes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$(b) A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. Seja

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Determine e^{At} e resolva o problema de valor inicial $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$, $\mathbf{x}(1) = (0, -1, 0)$.

4. Seja

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \pi & -\pi \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Resolva o problema de valor inicial $\mathbf{x}' = A\mathbf{x}$, $\mathbf{x}(0) = (1, 0, 0)$.

5. Seja

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Resolva o problema de valor inicial $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$, $\mathbf{y}(0) = (2, -1, 2)$.

6. Considere a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 2 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Calcule e^{At} usando a definição e propriedades da função exponencial.