Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Análise Complexa e Equações Diferenciais - 2º semestre de 2010/11

Cursos: LEGM, MEC

Ficha de Trabalho 1: 21 a 25 de Fevereiro

1. Escreva os seguintes números complexos na forma $a+bi$ e represente-os geometricamente no plano de Argand:

$$\text{(a) } (2+i)(1-i) \quad \text{(b) } \tfrac{1}{4-4i} \quad \text{(c) } \tfrac{5+i}{1+7i} \quad \text{(d) } (2-3i)^2 \quad \text{(e) } i^{238} \quad \text{(f) } \left(1+\tfrac{3}{1+i}\right)^2$$

2. Determine o módulo e o argumento dos seguintes números complexos e represente-os geometricamente:

$$\text{(a) } -5 \quad \text{(b) } 5-5i \quad \text{(c) } (1-i)(-1-i) \quad \text{(d) } \tfrac{(1+i)^2(1+\sqrt{3}i)^3}{(1-i)}$$

3. Encontre todos os valores das raízes:

   (a) $\sqrt[3]{i}$

   (b) $\sqrt{2-2\sqrt{3}i}$

   (c) $\sqrt[7]{1+i}$

4. Calcule, para $n = 1, 2, 3, \dots,$

$$\text{(a) } i^n \qquad \text{(b) } \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n \qquad \text{(c) } (1+i)^n + (1-i)^n$$

5. Determine as soluções em $\mathbb{C}$ das equações seguintes:

   (a) $(1-z)^6 = (1+z)^6$

   (b) $1 - z + z^2 = 0$

   (c) $1 - z^2 + z^4 - z^6 = 0$

   (d) $z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z - 15 = 0$

   (e) $z\bar{z} - z + \bar{z} = 0$

VSFF

6. Esboce os subconjuntos de $\mathbb{C}$ dados por:

   (i) $|z - 3i| = |z + i|$
   (ii) $\mathrm{Im}(z + i) < 2$
   (iii) $|z - 1 + i| \geq |z - 1 - i|$
   (iv) $|z + i| + |z - 3i| < 6$
   (v) $\mathrm{Im}\left[(z + i)/2i\right] < 0$
   (vi) $1 < |z - 1| < 2$
   (vii) $|z|^2 > z + \bar{z}$

7. Utilize a fórmula de De Moivre para determinar expressões simplificadas das somas:

$$\text{(a)} \sum_{k=0}^{n} \sin[(3k+1)x] \qquad \text{(b)} \sum_{k=0}^{n} \cos[(3k+1)x]$$