Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Análise Complexa e Equações Diferenciais - 2º semestre de 2010/11

Cursos: LEGM, MEC

Ficha de Trabalho 12: 9 - 13 de Maio

(Segundo teste: 28 de Maio!

Inscrição obrigatória (via Fénix))

1. Determine o desenvolvimento em série de Fourier das seguintes funções.

   (a) $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } -2 \leq x \leq 0, \\ 0 & \text{se } 0 < x \leq 2, \end{cases}$

   (b) $f(x) = \cos(4x)$ em $[-\pi, \pi]$.

2. Considere a função $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x$. Determine:

   (a) A série de senos de f.

   (b) A série de cosenos de f.

   (c) A série de Fourier de f (note que o intervalo não está centrado em 0!).

3. Determine a série de Fourier da função $h(x) = x^2$, no intervalo $x \in [-L, L]$. Utilizando a série obtida num ponto adequado, aproveite para mostrar que

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}.$$

4. Ache as soluções da forma $u(x,t) = X(x)T(t)$ para as seguintes equações diferenciais parciais:

   (a) $u_{tt} = 2u_{xx}$,

   (b) $u_t = u_{xx} + 2u$,

   (c) $u_t = u_{xx} - tu$.