Análise Matemática III - Turma especial

Ficha 2

A entregar até quarta-feira, 3 de Outubro às 15h

1 *Considere a seguinte transformação* $\mathbf{g} : D \to E^2$ *onde* $D = \{(x, y) \in E^2 | 1 + xy > 0\}$*:*

$$\mathbf{g}(x, y) = (x - y + \log(1 + xy))\mathbf{e}_1 + (1 + x + y - x^2y^2)\mathbf{e}_2.$$

Mostre que $\mathbf{g}$ *tem uma inversa local de classe* C^∞ *numa vizinhança* $(0, 0)$*. Designando essa inversa por* f*, calcule* $f_2^1(0, 1)$*.*

2 *Suponha que* $n < m$*. Seja* $D \subset E^n$ *um aberto e* $\mathbf{g} : D \to E^m$ *uma transformação de classe* C^1*. Mostre que se* $D\mathbf{g}(\mathbf{t}_0)$ *é injectiva, então existe um aberto* Δ *contendo* $\mathbf{t}_0$ *tal que* $\mathbf{g}$ *é injectiva em* Δ*.*

3 *Use a função* $f : E^1 \to E^1$ *definida por*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + x^2 \sin(\frac{1}{x}) & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases}$$

para concluir que a hipótese de f *ser* C^1 *não pode ser omitida nas hipóteses do teorema da função inversa.*

4 *Considere a função* $\phi(x, y) = x^2 - y^2$ *definida em* E^2*. Determine o conjunto dos pontos em torno dos quais a equação* $\phi(x, y) = 0$ *determina* y *como função de* x*.*

Não são para entregar

5 Fleming: *4.5, exercícios 3, 7 e 8.*

6 Fleming: *4.6, exercícios 1,2,3.*