Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

ANÁLISE MATEMÁTICA IV – CIVIL

FICHA 4– EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE PRIMEIRA ORDEM ESCALARES E FORMAS CANÓNICAS DE JORDAN

para entregar na aula teórica de **6ª feira, 12 de Maio**

Indique o intervalo de definição das soluções das equações diferenciais sempre que possível.

(1) Determine a solução do seguinte problema de valor inicial:

$$\dot{y} = \frac{te^t + t}{2 + \sin y} \quad , \quad y(0) = \frac{\pi}{2}$$

(2) Determine a solução do seguinte problema de valor inicial:

$$(te^{ty} - 2y)\dot{y} = -ye^{ty} - 1 \quad , \quad y(0) = 1$$

(3) Determine a solução do seguinte problema de valor inicial:

$$\arctan y + e^{t^2} + \frac{t\dot{y}}{2 + 2y^2} = 0 \quad , \quad y(1) = 0$$

(4) Determine a solução geral da seguinte equação diferencial:

$$\dot{y} - 2e^{-y} = 2te^{-y}$$

(5) Mostre que o problema de valor inicial

$$\dot{y} = y^{\frac{1}{3}} \quad , \quad y(0) = 0$$

tem infinitas soluções. Porque é que isto não contradiz o teorema de Picard?

(6) Esboce o campo de direcções e trace os respectivos tipos de solução para as seguintes equações diferenciais:
  (a) $\dot{y} = \sin y$
  (b) $\dot{y} = \frac{y+2t}{y-3t}$

Sugestão: Na alínea b), comece por achar as soluções da equação da forma $y(t) = ct$ onde c é um número real.

...continua...

Date: 25 de Abril de 2000.

(7) Para cada uma das seguintes matrizes A ache uma forma canónica de Jordan J e uma matriz de mudança de base S tal que $A = SJS^{-1}$.

(a) $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$

(c) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

(d) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(e) $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$