

Análise Matemática II

1º semestre de 2005/2006

Exercício-Teste 9 (a entregar na semana de 21/11/2005)

Considere as funções:

$$f(x, y, z) = (z, -x^2, -y^2) \quad \text{e} \quad g(x, y, z) = x + y + z.$$

Sejam $v = (1, 2, 3)$ e $u = (2, 3, \frac{1}{2})$.

1. Calcule as matrizes Jacobianas de f , g e $g \circ f$.
2. Calcule as seguintes derivadas direccionais:

$$\frac{\partial f}{\partial v}(1, 1, 1), \quad \frac{\partial f}{\partial u}(0, 0, 1), \quad \frac{\partial g}{\partial v}(0, 1, 0), \quad \frac{\partial(g \circ f)}{\partial u}(2, 0, 1).$$

3. Determine a direcção de crescimento máximo de $g \circ f$ no ponto $(1, 0, 1)$.
4. Determine a recta normal ao parabolóide

$$P = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z - x^2 - y^2 = 3\},$$

no ponto $(1, 1, 5)$.