

## Análise Matemática II

1º semestre de 2006/2007

### Exercício-Teste 1 (a entregar na semana de 18/09/2006)

Calcule todas as primitivas das seguintes funções:

1.  $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt[3]{x}}{3}$

2.  $\frac{1}{1+3x^2}$

3.  $\frac{e^{4x}}{e^{2x}+1}$

4.  $\arctan x$

### Resolução

1.

$$\int \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt[3]{x}}{3} dx = 2 \int x^{-1/2} dx + \frac{1}{3} \int x^{4/3} dx = 4x^{1/2} + \frac{1}{7}x^{7/3} + C = 4\sqrt{x} + \frac{1}{7}x^2\sqrt[3]{x} + C, \quad C \in \mathbb{R}.$$

2.

$$\int \frac{1}{1+3x^2} dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \int \frac{\sqrt{3}}{1+(\sqrt{3}x)^2} dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \arctan(\sqrt{3}x) + C, \quad C \in \mathbb{R}.$$

3. Fazendo a substituição  $t = e^{2x}$  temos  $x = \frac{1}{2} \ln t$  e portanto obtemos:

$$\begin{aligned} \int \frac{e^{4x}}{e^{2x}+1} dx &= \int \frac{t^2}{t+1} \frac{1}{2t} dt = \frac{1}{2} \int \frac{t}{t+1} dt = \frac{1}{2} \int 1 - \frac{1}{t+1} dt \\ &= \frac{t}{2} - \frac{1}{2} \ln(t+1) + C = \frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2} \ln(e^{2x}+1) + C, \quad C \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

4. Usando o método de primitivação por partes com  $u'(x) = 1$  e  $v(x) = \arctan x$  obtemos

$$\int \arctan x dx = x \arctan x - \int \frac{x}{1+x^2} dx = x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C, \quad C \in \mathbb{R}.$$