Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Análise Matemática III

2º semestre de 2005/2006

Exercício-Teste 8 (a entregar na semana de 2/05/2006)

Seja n um inteiro positivo, e considere a função $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^{n+1} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y_0, \ldots, y_n) = \sum_{i=0}^{n} y_i x^i = y_0 + y_1 x + \cdots + y_n x^n.$$

(a) Mostre que existem abertos $U \subseteq \mathbb{R}, V \subseteq \mathbb{R}^{n+1}$ e uma função $\psi : V \to U$ de classe $\mathcal{C}^1$ tais que

(i) $1 \in U$;

(ii) $\big(-1, 0, \ldots, 0, 1\big) \in V$ e

(iii) para $x \in U$ e $(y_0, \ldots, y_n) \in V$, tem-se $f(x, y_0, \ldots, y_n) = 0$ se e só se $x = \psi(y_0, \ldots, y_n)$.

(b) Calcule $\frac{\partial \psi}{\partial y_0}(-1, 0, \ldots, 0, 1)$.