

CDI-2

1º MAP45 (Versão B) - 22 de março de 2023 - 18h - Duração: 45 min

Nome: _____

Nº: _____ CURSO : _____ SALA : _____

Justifique todas as respostas

1. Considere a função $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3 + y(x+y)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

(a) **(3 val.)** Determine o conjunto dos pontos de continuidade de f ;

(b) **(3 val.)** Seja $v = (1, -1)$. Calcule, se existir, $D_v f(0, 0)$.

(c) **(3 val.)** Calcule $\frac{\partial f}{\partial y}(1, 0)$

2. (4 val.) Seja $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciável, tal que $Dg(0, 1, 0) = [1 \quad 2 \quad -3]$ e seja $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, dada por $f(x, y) = (2xy, y^2e^x, \text{sen}(xy))$. Calcule a derivada $D(g \circ f)(0, 1)$.

3. (4 val.) Considere a curva

$$C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : e^{x^2} + \frac{(x-y)^4}{4} = e^4 \right\}.$$

Determine os pontos de C em que a reta tangente é vertical.

4. (3 val.) Considere a função $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x, y, z) = \begin{cases} |z|^{3/2} \ln(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}), & (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0, & (x, y, z) = (0, 0, 0). \end{cases}$$

Determine se f é diferenciável na origem. Em caso afirmativo, calcule $Df(0, 0, 0)$.