

Cálculo Diferencial e Integral II
Repescagem do MAP 3 - V1 - 10 de Junho de 2023 - 8h
Duração: 1h

Nome: _____

Número: _____ Curso: _____ Sala: _____

Apresente e justifique todas as respostas

[5.0 val.] 1. Determine uma expressão para o volume do conjunto

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < y < 1; y - x < z < 1\},$$

na forma de integrais do tipo $\int(\int(\int dx)dy)dz$. Não precisa de calcular o volume.

- [5.0 val.] 2. Usando uma mudança de variáveis adequada, calcule o integral da função $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x, y, z) = z$, no conjunto

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 - x^2 - y^2 < 1; z > \sqrt{2x^2 + 2y^2}; y > 0\}.$$

3. Seja $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ o campo vectorial definido por

$$f(x, y, z) = (\cos((x + y - 1)^2) - x^2, \cos((x + y - 1)^2), z^2)$$

e γ um caminho que descreve o arco da elipse de equações $x + y = 1$; $x^2 + z^2 = 1$ que vai do ponto $(1, 0, 0)$ para o ponto $(0, 1, 1)$.

- [4.0 val.] a) Calcule o trabalho de f ao longo do segmento de recta que vai do ponto $(1, 0, 0)$ para o ponto $(0, 1, 1)$.

[3.0 val.]

b) Determine o integral de f ao longo de γ .

[3.0 val.]

4. Sejam $A \subset \mathbb{R}^2$ aberto, e D um intervalo aberto, limitado e tal que $\overline{D} \subset A$. Prove que se $f \in C^1(A)$ e $g \in C^2(A)$ são dois campos escalares em A tais que f é nulo em ∂D então

$$\iint_D \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial y} dx dy = \iint_D \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial g}{\partial x} dx dy.$$