

Cálculo Diferencial e Integral II
Repescagem MAP2-VB - 10 de Julho de 2023
Duração: 45m

Nome: _____

Número: _____ Curso: _____ Sala: _____

Apresente e justifique todas as respostas

1. Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = x^2 + xy + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{3}y^3.$$

(5 val.) a) Determine e classifique os pontos críticos de f .

(1 val.) b) Determine se f tem mínimo absoluto no seu domínio. Justifique.

(6 val.) 2. Seja $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definida por

$$F(x, y) = \text{sen}(x + y) + xy - Ax,$$

sendo $A \in \mathbb{R}$ um parâmetro. Determine, justificadamente, para que valores de A a equação $F(x, y) = 0$ define x como função implícita de y , de classe C^1 , numa vizinhança de $(0, 0)$. Para esses valores de A determine $x'(0)$.

(5 3. Seja $f(x, y, z) = x^2 - 2z^2$. Determine os valores máximo e mínimo de f no conjunto val.)

$$A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}y^4 + z^2 = 1 \right\}.$$

- (3 val.) 4. Seja $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de classe C^2 uma função da forma $f(x, y) = \phi(x^2 + y^2)$ onde $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é de classe C^2 . Sabendo que em todos os pontos a Hessiana de f é definida positiva, mostre que o único ponto que pode ser ponto crítico de f é a origem.