
Probabilidades e Estatística

Exame de 2^a época / 2^o Teste

1^o semestre – 2001/02

Duração: 3 horas / 1 hora e 30 minutos

5/2/02 – 9 horas

- Se pretende fazer o **exame** deve resolver **todos os grupos**.
 - Se pretende fazer o **2^o teste** deve resolver **apenas os grupos III e IV**. Nesse caso as cotações passam a ser o dobro das indicadas.
 - Justifique convenientemente **todas as respostas!**
-

Grupo I

5.0 valores

1. Numa unidade industrial as peças podem ser produzidas por uma das três máquinas existentes, A_1 , A_2 , A_3 , nas seguintes condições:

Máquinas	Produção	Peças defeituosas por máquina
A_1	35%	2%
A_2	45%	3%
A_3	20%	1%

- (a) Calcule a probabilidade de que uma peça extraída ao acaso do lote das peças produzidas nessa unidade industrial seja defeituosa. (1.0)
- (b) Foi extraída ao acaso uma peça e verificou-se que era defeituosa. Qual é a probabilidade de ela ter sido produzida pela máquina A_1 ou pela máquina A_2 ? (1.0)
2. O número de mensagens electrónicas recebidas por dia (24h) numa pequena empresa de entregas rápidas tem distribuição de Poisson com média igual a 10.
- (a) Calcule a probabilidade de num dia a empresa não receber mais do que 7 mensagens. Compare o resultado com o valor obtido através da aproximação à distribuição normal. (1.5)
- (b) Qual é a probabilidade do intervalo entre duas mensagens consecutivas exceder 1 hora? (1.5)

Grupo II

5.0 valores

Um fabricante de computadores garante a substituição (por novos) de todos os computadores que avariarem durante o primeiro ano após a data da compra ou da substituição. Admite-se que os tempos de vida destes computadores são variáveis aleatórias independentes e que seguem uma distribuição normal com valor esperado 3.516 anos e desvio padrão 0.85 anos.

- (a) Calcule a proporção de computadores que o fabricante pode ter que substituir. (1.0)
- (b) Se uma firma adquirir 100 computadores àquele fabricante, qual a probabilidade de 3 ou mais desses computadores serem substituídos? (1.5)
- (c) Uma pessoa adquire um único computador. Seja N o número de computadores que pode vir a ter contando com as substituições.
- (i) Indique a distribuição da v.a. N e calcule $P\{N \geq 3\}$. (1.5)
- (ii) Suponha que a empresa tem um lucro de 500 Euros quando vende um computador e um prejuízo de 1000 Euros por cada substituição. Calcule o lucro esperado associado à venda de um único computador. (1.0)

Grupo III

6.0 valores

1. Um fabricante de cigarros enviou a dois laboratórios amostras de tabaco supostamente idênticas. Cada laboratório efectuou cinco determinações do conteúdo em nicotina (em *mg*). Os resultados foram os seguintes:

Laboratório 1 (x_1)	24	27	26	21	24
Laboratório 2 (x_2)	27	28	23	31	26

$$\bar{x}_1 = 24.4 \quad \bar{x}_2 = 27.0 \quad \sum_i x_{1i}^2 = 2998 \quad \sum_i x_{2i}^2 = 3679$$

Admite-se que os resultados de cada laboratório seguem distribuições normais independentes com variância comum.

- (a) Determine um intervalo de confiança a 99% para a diferença das médias entre os resultados fornecidos pelos dois laboratórios. (2.0)
- (b) Acha que as médias das medições efectuadas pelos dois laboratórios podem ser consideradas iguais ao nível de significância de 1%? (1.0)
2. As garrafas de um certo refrigerante devem ter um conteúdo de 200ml (quantidade nominal). Observadas ao acaso 40 garrafas, mediui-se o desvio dos seus conteúdos em relação à quantidade nominal e obteve-se:

Desvios	Nº observações
] - 5, -3]	5
] - 3, -1]	9
] - 1, 1]	12
]1, 3]	10
]3, 5]	4

- (a) Admitindo que os desvios face à quantidade nominal têm uma distribuição normal com $\mu = 0$, deduza o estimador de máxima verosimilhança do desvio padrão com base numa amostra aleatória de dimensão n . Calcule a estimativa correspondente para os dados da tabela, sabendo que $\sum_i x_i = -2$ e $\sum_i x_i^2 = 220$. (1.0)
- (b) Teste, ao nível de significância de 1%, a hipótese dos desvios face à quantidade nominal terem distribuição normal com $\mu = 0$. (Se não resolveu a alínea (a) use $\hat{\sigma} = 1.52$) (2.0)

Grupo IV

4.0 valores

Um estudo sobre a influência da velocidade do vento (X), em m/s , na quantidade de água (Y) que se evapora por dia, em centenas de litros, na albufeira de certa barragem, a temperaturas constantes, conduziu a:

x_i	20	50	30	100	70
y_i	3	5	3	10	8

- (a) Adoptando um modelo de regressão linear simples, estime a recta de regressão de Y sobre X e obtenha uma estimativa da quantidade média de água evaporada quando a velocidade do vento é igual a 90m/s. Faça uso dos seguintes valores: (1.0)

$$\bar{x} = 54.0 \quad \bar{y} = 5.8 \quad \sum_i x_i^2 = 18700 \quad \sum_i y_i^2 = 207 \quad \sum_i x_i y_i = 1960$$

- (b) Calcule o coeficiente de determinação do modelo estimado. (1.0)
- (c) Teste a significância da regressão. Indique o valor-p desse teste e comente o resultado face ao valor obtido na alínea anterior. (2.0)