
Probabilidades e Estatística

Exame de 2ª época / 2º Teste

2º semestre – 2001/02

Duração: 3 horas / 1 hora e 30 minutos

13/7/02 – 9 horas

- Se pretende fazer o **exame** deve resolver **todos os grupos**.
 - Se pretende fazer o **2º teste** deve resolver **apenas os grupos III e IV**. Nesse caso as cotações passam a ser o dobro das indicadas.
 - Justifique convenientemente **todas as respostas!**
-

Grupo I

6.0 valores

1. Uma análise de várias amostras de minério extraídas aleatoriamente em certo local revelou que:
 - Em 90% havia um elevado teor de cobre.
 - Em 40% das amostras com elevado teor de cobre havia uma presença significativa de zinco.
 - Em 10% das amostras sem um elevado teor de cobre havia uma presença significativa de zinco.
 - Em 30% das amostras com elevado teor de cobre e presença significativa de zinco havia ainda vestígios de ouro.

Qual é a probabilidade de uma amostra escolhida ao acaso revelar:

- (a) A presença simultânea dos três metais? (1.0)
 - (b) Um elevado teor de cobre ou uma presença significativa de zinco? (2.0)
2. Engenheiros afirmam que um troço de uma ponte é capaz de suportar $W = 200$ toneladas sem que sejam causados danos estruturais. Para além disso, estudos levados a cabo apontam para que a massa (em tonelada) dos carros que por ela circulam seja uma v.a. bem modelada pela distribuição normal de valor esperado 1.5 e desvio-padrão 0.15.
 - (a) Qual a probabilidade de ocorrerem danos estruturais caso estejam 130 carros nesse troço? (1.0)
 - (b) Assuma agora que W é também uma v.a. com distribuição normal com valor esperado 200 e desvio-padrão 20. Calcule a probabilidade de ocorrência de danos estruturais, caso o número de carros que estão nesse troço da ponte seja igual a 140. (2.0)

Grupo II

4.0 valores

Na transmissão de informação digital por certo equipamento a probabilidade de um "bit" possuir distorção alta, moderada e baixa é de 0.01, 0.04 e 0.95, respectivamente. Suponha que são transmitidos 3 "bits" de modo independente e que X e Y representam o número de "bits" com distorção alta e moderada, respectivamente.

- (a) Determine a função de probabilidade marginal de X . (1.0)
- (b) Complete, justificando, as entradas assinaladas com a , b e c , na seguinte tabela da função de probabilidade conjunta de X e Y . (1.5)

Y	X			
	0	1	2	3
0	a	0.027075	0.000285	0.000001
1	0.108300	0.002280	b	0
2	0.004560	0.000048	0	0
3	0.000064	c	0	0

- (c) Obtenha o número esperado de sinais com distorção moderada sabendo à partida que foi registado um sinal com distorção alta. (1.5)

Grupo III

6.5 valores

1. Para efectuar uma análise comparativa entre duas marcas X e Y de computadores pessoais, baseada no tempo (em meses) até à necessidade da primeira reparação, recolheram-se observações que conduziram aos seguintes resultados: $\sum_{i=1}^{20} x_i = 248$, $\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 3560$, $\sum_{i=1}^{12} y_i = 152$, $\sum_{i=1}^{12} y_i^2 = 2730$. Admitindo que as amostras são independentes e que o tempo de vida em questão tem, para ambas as marcas, distribuição normal com igual variância:

- (a) Determine um intervalo de confiança a 90% para a variância do tempo até à primeira reparação de um computador da marca X . Interprete-o. (1.5)

- (b) Teste, ao nível de significância de 10%, a hipótese dos valores esperados dos tempos até à primeira reparação serem iguais para as duas marcas. (2.0)

2. Numa experiência com tubos de vácuo foram observados os tempos de vida (em horas) de 100 tubos, tendo-se registado as seguintes frequências absolutas (Freq. Abs.):

Intervalo]0, 30]]30, 60]]60, 90]]90, +∞[
Freq. Abs.	41	31	13	15

- (a) Deduza a função de verosimilhança com base nestes dados agrupados, assumindo que a distribuição do tempo de vida é *exponencial* de parâmetro λ . (1.0)

- (b) Serão os dados consistentes com a hipótese de o tempo de vida de um tubo de vácuo ter distribuição *exponencial* com valor esperado igual a 50 horas? Calcule um intervalo para o valor-p e comente. (2.0)

Grupo IV

3.5 valores

Um estudo sobre o efeito do número de octanas (x) de gasolina usada na potência (Y) debitada por certo tipo de motor a 5000 rotações por minuto, conduziu aos seguintes resultados:

x_i	90	92	94	95	96	98	100
y_i	83	83	87	92	93	94	94

$$\bar{x} = 95, \sum_{i=1}^7 x_i^2 = 63245, \sum_{i=1}^7 x_i y_i = 59564, \sum_{i=1}^7 y_i = 626, \sum_{i=1}^7 y_i^2 = 56132.$$

- (a) Adoptando um modelo de regressão linear simples, determine uma estimativa da recta de regressão de Y sobre x e da diferença entre os valores esperados das potências quando a gasolina tem 98 e 95 octanas. (1.5)

- (b) Determine um intervalo de confiança a 99% para o valor esperado da potência quando a gasolina usada tem 95 octanas. (2.0)