Soluções de Exames de 2001/2002 [1]

Ano lectivo 2001/02:

Exame de 19/01/02

I

X=número de aparelhos de origem japonesa, de entre 2 (retirados ao acaso e sem reposição), $X \sim$Hipergeom$(N = 6, M = 2, n = 2)$;

1. a) $P(X = 0) = 0.4$; $P(X = 1) = 0.53(3)$; $P(X = 2) = 0.0(6)$. **1. b)** 0.28.

2. a) 0.3324. **2. b)** 0.0136. **2. c)** 0.4162.

II

a) 0.7.

b) $P\left(X \geq 8+5|X > 8\right) = 2/7$; $E\left(X - 8|X > 8\right) = 3.5$.

c) 0.999730.

III

1. n=200.

2. a) $\hat{p} = 0.913$.

2. b) $t_{obs} = 6.1776$, valor-$p \in \,]0.025, 0.05[$, rejeitar H_0 para $\alpha \geq 0.05$ e não rejeitar H_0 para $\alpha < 0.025$.

IV

a) $\hat{\beta}_0 = -0.1015; \hat{\beta}_1 = 1.017; \hat{\sigma}^2 = 0.0272$.

b) $R^2 = 0.998$ assume valor próximo de 1, então o modelo de regressão linear explica grande parte da variabilidade de Y.

c) $H_0 : \beta_0 = 0 \quad vs. \quad H_1 : \beta_0 \neq 0$, $t_{obs} = -1.11 \notin R_{0.05} = \,]-\infty, -2.228[\,\cup\,]2.228, +\infty[$, não rejeitar H_0 para $\alpha = 5\%$.

$H_0 : \beta_1 = 1 \quad vs. \quad H_1 : \beta_1 \neq 1$, $t_{obs} = 1.1976 \notin R_{0.05} = \,]-\infty, -2.228[\,\cup\,]2.228, +\infty[$, não rejeitar H_0 para $\alpha = 5\%$.

Não rejeitando as duas hipóteses, para $\alpha = 5\%$, existe evidência para que o modelo $E(Y|x) = x$ seja adequado.

d) $\hat{x}_0 = 8.163$; $\hat{\sigma}_X = 0.1728$.

[1] Secção de Estatística e Aplicações, IST, Dezembro de 2002

Exame de 5/02/02

I

1. a) 0.0225. **1. b)** 0.9111.

2. a) 0.2148. **2. b)** 0.659.

II

a) 0.001538. **b)** 0.0006. **c. i)** ≈ 0; **c. ii)** 498.50 Euros.

III

1. a) $IC_{99\%}(\mu_1 - \mu_2) = \,]-8.174, 2.974[$. **1. b)** $0 \in IC_{99\%}(\mu_1 - \mu_2)$ não rejeitar $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad vs. \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ para $\alpha = 1\%$.

2. a) $E.M.V.(\sigma) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n}}$; $\hat{\sigma} = 2.35$. **2. b)** $t_{obs} = 0.194 \notin R_{0.01} = \,]6.635, +\infty[$ não rejeitar H_0 para $\alpha = 1\%$

IV

a) $\hat{y} = 0.6359 + 0.0965x$; $\hat{y_0} = 0.6359 + 0.0965 \times 90 = 9.2427$. **b)** $R^2 = 0.971099$.

c) $H_0 : \beta_1 = 0 \quad vs. \quad H_1 : \beta_1 \neq 0$, $t_{obs} = 9.929$, valor-$p \in \,]0.002, 0.01[$, rejeitar H_0 para $\alpha \geq 0.01$, não rejeitar para $\alpha \leq 0.002$; rejeitar H_0 para os níveis usuais de significância (1%, 5% e 10%). Rejeitar esta hipótese é uma conclusão coerente com o valor elevado de R^2, podendo dizer-se que se verifica um bom ajuste entre os dados e o modelo estimado.

Exame de 25/06/02

I

1. a) 0.04. **1. b)** 0.86. **1. c)** 0.00306.

2. a) 0.0365. **2. b)** 0.37.

II

a) $E(X) = 0.8$.

b) $Cov(X, Y) = 0.72 \neq 0$; são v.a. dependentes.

III

1. $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad vs. \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$, $t_{obs} = -6.364$, valor-$p \approx 0$; rejeitar H_0 para os níveis usuais de significância (1%, 5% e 10%).

2. a) $EMV(\lambda) = \bar{X}$; $\hat{\lambda} = 2.4375$; $\widehat{P(X > 2)} = 0.44$.

2. b) $t_{obs} = 1.6577 \notin R_{0.01} = \,]9.21, +\infty[$, não rejeitar a hipótese de que o número de golos por jogo tem distribuição Poisson, para $\alpha = 1\%$.

IV

a) $\hat{y} = 1240.856 + 8.559x$; $H_0 : \beta_1 = 0 \quad vs. \quad H_1 : \beta_1 \neq 0$, $t_{obs} = 4.327 \in R_{0.01} =]-\infty, -3.355] \cup]3.355, +\infty[$, rejeitar H_0 para $\alpha = 1\%$.

b) $R^2 = 0.70$, cerca de 70% da variabilidade do tempo até falha é explicada pelo modelo de regressão linear estimado.

Exame de 13/07/02

I

1. a) 0.108. **1. b)** 0.91.

2. a) 0.00018. **2. b)** 0.6915.

II

a) $P(X = x) = \begin{cases} 0.970299, & x = 0 \\ 0.029403, & x = 1 \\ 0.000297, & x = 2 \\ 0.000001, & x = 3 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

b) a=0.857375; b=0.000012; c=0.

c) $E(Y|X = 1) = 0.080809$.

III

1. a) $IC_{90\%}\left(\sigma_1^2\right) =]16.085, 47.905[$; se calcularmos um grande número de intervalos de confiança nestas condições, espera-se que aproximadamente 90% destes intervalos contenham o verdadeiro valor para σ_1^2.

1. b) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad vs. \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$,
$t_{obs} = -0.113 \notin R_{0.10} =]-\infty, -1.697[\cup]1.697, +\infty[$, não rejeitar H_0 para $\alpha = 10\%$.

2. a) $L(\lambda|x_1, \ldots, x_n) = \left(1 - e^{-30\lambda}\right)^{41} \left(e^{-30\lambda} - e^{-60\lambda}\right)^{31} \left(e^{-60\lambda} - e^{-90\lambda}\right)^{13} e^{-15\times 90\lambda}$.

2. b) $t_{obs} = 2.115$, valor-$p \in]0.5, 0.6[$, rejeitar H_0 para $\alpha \geq 0.6$ e não rejeitar H_0 para $\alpha \leq 0.5$; não rejeitar H_0 aos níveis de significância usuais (1%, 5% e 10%).

IV

a) $\hat{y} = -38.061 + 1.343x_i$; $\Delta = E(Y|x = 98) - E(Y|x = 95) = \beta_1(98 - 95)$; $\hat{\Delta} = 4.029$.

b) $IC_{95\%}\left(\mu_{Y|x=95}\right) =]81.126, 87.731[$, onde $\mu_{Y|x=95} = E(Y|x = 95) = \beta_0 + 95\beta_1$.