Soluções das Provas de 2º Semestre 2002/2003 [1]

Exame de 14/07/003

I

1. 0.1326. **2. b)** 0.742; **2. c)** 0.5957.

II

a) $X_i \sim Bernoulli(p = 0.88)$ ou $X_i \sim Hipergeom(N = 25, M = 22, n = 1)$, $i = 1, 2$;
não são independentes.

c) 0.9099 com correcção de continuidade ou 0.8729 sem correcção de continuidade.

III

1. a) $IC_{90\%}(\mu_1) = (24.418, 25.582)$; não rejeitar a afirmação da empresa dado que $\mu_1 = 25 \in IC_{90\%}(\mu_1)$, isto é, não será de rejeitar $H_0 : \mu_1 = 25$ para $\alpha \leq 0.10$.

1. b) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = -55 \quad vs \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq -55$, $t_{obs} = -0.759$; não rejeitar H_0 para $\alpha \leq 0.10$.

2. a) $t_{obs} = 4.063 \notin R_{0.05} =]9.488, +\infty[$, não rejeitar a hipótese de que o número de ovos postos por segundo tem distribuição $Poisson(\lambda = 1)$, para $\alpha \leq 5\%$.

2. b) Valor-$p \in]0.30, 0.40[$; rejeitar H_0 para $\alpha \geq 0.40$ e não rejeitar H_0 para $\alpha \leq 0.30$, pelo que não é de rejeitar H_0 para os níveis usuais de significância (1%, 5% e 10%).

IV

a) $\widehat{E(Y|x)} = 75.8433 - 12.1638x$; $H_0 : \beta_1 = 0 \quad vs \quad H_1 : \beta_1 \neq 0$, $t_{obs} = -12.13 \in R_{0.05} =]-\infty, -2.306[\cup]2.306, +\infty[$, rejeitar H_0 para $\alpha \geq 5\%$.

b) $R^2 \approx 0.95$ assume valor próximo de 1; então o modelo de regressão linear explica cerca de 95% da variabilidade de Y, pelo que a recta estimada parece ser um bom ajuatamento.

c) $IC_{95\%}(E(Y|x = 2.1)) = (47.743, 52.855)$, onde $E(Y|x = 2.1) = \beta_0 + 2.1\beta_1$.

Exame de 28/06/003

I

1. b) 0.806. **2. a)** 1/3. **2. b)** 1/2. **2. c)** 0.5714.

II

a) 0.248. **b)** $E(Y|X = 0) = 1.26 \neq E(Y) = 1.45$; pois X e Y estão correlacionadas.

c) 1.1219.

III

[1] Secção de Estatística e Aplicações, IST, Outubro de 2003

1. $\hat{\theta}_1$ é mais eficiente que $\hat{\theta}_2$ na estimação de θ, $\forall \theta \in I\!R$; quando $Var(\hat{\theta}_1) = 8$ e $Var(\hat{\theta}_2) = 4$, $\hat{\theta}_1$ é mais eficiente que $\hat{\theta}_2$ se $|\theta| \geq 4$.

2. a) $n_{min} = 9$ anos. **2. b)** $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad vs \quad H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$, $t_{obs} = 7.35$, valor-$p \in]0, 0.001[$; rejeitar H_0 para $\alpha \geq 0.1\%$ pelo que é de rejeitar H_0 para os níveis usuais de significância (1%, 5% e 10%).

IV

1. $H_0 : p = 0.9 \quad vs \quad H_1 : p < 0.9$, $t_{obs} = 1.633$, não rejeitar H_0 para $\alpha \leq 0.01$.

2. a) $\widehat{E(Y|x)} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x = 19.2936 + 1.3217x$, para $x \in [1, 7]$, então, se o modelo for adequado $\widehat{E(Y|x = 5)} = 25.90$; não será correcto utilizar a recta estimada para valores de $x \notin [1, 7]$.

2. b) $IC_{95\%}(\beta_1) = (0.7973, 1.846)$; pretende-se testar $H_0 : \beta_1 = 1 \quad vs \quad H_1 : \beta_1 \neq 1$, como $\beta_1 = 1 \in IC_{95\%}(\beta_1)$ não será de rejeitar H_0 para $\alpha \leq 5\%$.

Teste de 03/05/003 às 9h (Teste A)

I

1. 1/3. **2. a)** 0.0956. **2. b)** $n = 29$ peças. **2. c)** ≈ 0.5. **2. d)** ≈ 1442.65'.

II

b) $Corr(X, Y) = \rho_{XY} = 0.5$, como este valor é maior que zero pode concluir-se que as v.a. são dependentes e estão positivamente associadas, apesar do grau de associação linear ser fraco.

c) $P(Y = y|X = 1) = \begin{cases} 1/2 & y = 2, 3 \\ 0 & c.c. \end{cases}$, $E(Y|X = 1) = 2.5$ e $V(Y|X = 1) = \frac{1}{4}$.

d) ii) 4. **e)** $E(XY) \approx \frac{11}{3}$; $Var(XY) \approx \frac{224}{81}$, para $Var(XY)$ o erro relativo é ≈ 0.0053 o qual é muito baixo.

Teste de 03/05/003 às 11h (Teste B)

I

b) 0.0212. **c)** 26.4 Euros.

II

a) $e^{-0.5}$. **b)** $e^{-0.5}$, pela propriedade da falta de memória da distribuição Exponencial. **c)** Sendo X v.a. que indica o nº de reparações até ocorrer a primeira com tempo de reparação de pelo menos uma hora, e admitindo independência nos tempos de reparação de máquinas distintas, então $X \sim Geom(e^{-0.5})$, logo $E(X) = e^{0.5}$ e Moda de X é 1, pois $P(X = 1) = \max_x \{P(X = x)\}$. **d)** ≈ 0.2148. **e)** 24.