
Probabilidades e Estatística

1º Teste – Teste A

2º semestre – 2001/02

Duração: 1 hora e 30 minutos

11/5/02 – 9 horas

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

14 valores

- A poluição do ar de certa cidade é causada essencialmente por gases industriais (75% dos casos) e por gases dos escapes de automóveis (25% dos casos). Nos próximos 4 anos prevê-se que as possibilidades de controlar com sucesso essas duas fontes de poluição são de 70% e 60%, respectivamente.
 - Qual a probabilidade de haver controlo bem sucedido da poluição do ar dessa cidade (*i.e.* controlar com sucesso pelo menos uma das fontes de poluição) nos próximos 4 anos? (2.0)
 - Constatando-se que houve controlo bem sucedido de poluição do ar ao fim de 4 anos, qual a probabilidade de isso ser devido ao controlo de gases dos escapes de automóveis? (2.0)
 - Determine a probabilidade dos gases industriais terem contribuído para a poluição do ar, sabendo que o controlo da poluição nessa cidade foi mal sucedido. (2.0)
- O diâmetro mínimo e máximo de pistões fornecidos por uma empresa a certo fabricante automóvel deve ser 18mm e 22mm, respectivamente. Essa empresa utiliza o seguinte processo de controlo no fabrico: de 2 em 2 horas é seleccionado, aleatoriamente da produção diária, um pistão cujo diâmetro é medido por um dispositivo de controlo; este alerta o operador assim que se registre um diâmetro superior a 21.5mm.
 - Assuma que, quando o processo de fabrico está sob controlo, o diâmetro dos pistões se distribui uniformemente no intervalo [18mm, 22mm]. Nesta situação qual a probabilidade de o operador ser alertado? (2.0)
 - Calcule a probabilidade de o primeiro alerta não ser emitido pelas 15 primeiras medições. (3.0)
 - Devido à perda de controlo no processo de fabrico dos pistões, estes passaram a ter diâmetro com distribuição uniforme no intervalo [20mm, 25mm]. Reavalie a probabilidade pedida em (b) e compare os resultados. (3.0)

Grupo II

6 valores

O par aleatório (X, Y) é caracterizado por:

$$P\{Y = 0\} = P\{Y = 1\} = \frac{1}{2}, \quad P\{X = 0, Y = 0\} = \frac{1}{6}$$
$$P\{X = x|Y = 0\} = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x = -1, 0, 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad P\{X = x|Y = 1\} = \begin{cases} 0.1, & x = -1, 1 \\ 0.8, & x = 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Determine a função distribuição marginal de X . (3.0)
- Calcule o coeficiente de correlação entre X e Y e comente. (3.0)