



✳ Justifique convenientemente **todas as respostas!**

Grupo I

12.0 valores

1. Uma mensagem pode ser transmitida com igual probabilidade por uma de três máquinas. Na transmissão de uma mensagem pela máquina M_i , $i = 1, 2, 3$, ocorre erro de codificação-descodificação com probabilidade 0.2, 0.4 e 0.1, respectivamente. Verificada ao acaso uma mensagem:
 - (a) Determine a probabilidade de não ter ocorrido erro de codificação-descodificação na sua transmissão. (2.0)
 - (b) Sabendo que a mensagem foi transmitida sem este tipo de erro qual é a probabilidade de ter sido transmitida por uma das duas máquinas com maior qualidade de codificação-descodificação? (2.0)
2. Num estudo clínico, foram testadas várias crianças quanto à presença de um gene que se sabe ser responsável pela diminuição da susceptibilidade à infecção por determinado vírus. Sabe-se que a probabilidade de uma criança possuir esse gene é 0.1 e que a presença do mesmo é independente de uma criança para outra. Determine a probabilidade de ser necessário testar pelo menos 3 crianças até se identificar uma que possua esse gene. (2.5)
3. Um supermercado decidiu abolir o uso de moedas de 1, 2 e 5 cêntimos passando a arredondar o valor das compras de cada cliente para a dezena de cêntimos imediatamente inferior. Pode-se considerar que os erros de arredondamento são independentes e têm distribuição uniforme no intervalo $(0, 9)$ cêntimos.
 - (a) Mostre que a probabilidade do supermercado perder mais do que 23 euros, com o arredondamento, num dia em que foram atendidos 500 clientes (que efectivamente compraram produtos) é aproximadamente 0.195. (2.5)
 - (b) Considere 50 dias em que foram atendidos 500 clientes por dia nesse supermercado. Indique a expressão que traduz a probabilidade exacta de, nos 50 dias, haver pelo menos 10 dias em que o supermercado perde mais do que 23 Euros. Obtenha um valor aproximado para essa probabilidade usando a distribuição normal e aplicando correcção de continuidade. (3.0)

Grupo II

8.0 valores

Considere um pequeno *ferry* que transporta, para além de pessoas, apenas dois tipos de veículos: carros e autocarros. Represente por (X, Y) um par aleatório que indica o número de carros (X) e de autocarros (Y) transportados numa viagem. Suponha que a função de probabilidade conjunta de X e Y é a seguinte:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0.02	0.23	0.02
1	0.23	0.02	0.23
2	0.02	0.23	0.00

- (a) Mostre que as variáveis X e Y são identicamente distribuídas. Determine a moda e a mediana da v.a. X . (3.0)
- (b) Determine o coeficiente de correlação entre X e Y . O que pode concluir? (3.0)
- (c) Obtenha a função de probabilidade condicional do número de carros transportados numa viagem sabendo que no *ferry* vai apenas um autocarro. (2.0)