Probabilidades e Estatística (I)

1º Teste – **Teste B** | 1º semestre – 2003/04

Duração: 1 hora e 30 minutos | 15/11/03 – 11 horas

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I *12.5 valores*

1. Uma companhia de seguros classifica os seus segurados em 3 categorias: baixo risco, risco médio e risco elevado. Os seus registos indicam que a probabilidade de um segurado se envolver em pelo menos um acidente, por ano, é 0.01, 0.10 e 0.25 se o segurado pertence à classe de baixo, médio ou risco elevado, respectivamente.

   Admita que a probabilidade de um segurado ser classificado na categoria de baixo risco é de 0.10 e na de risco médio 0.6.

   (a) Qual a probabilidade de num ano um dos segurados ter pelo menos um acidente? (3.0)

   (b) Sabendo que um dos segurados não teve acidentes no último ano, qual a probabilidade dele pertencer à classe de risco médio? (2.0)

2. Os bilhetes de um programa turístico VAP (Viagem Ao Passado) são comercializados em diversas agências de viagens, sendo conhecido que os preços por elas praticados, em euros, são muito variados. Numa investigação efectuada concluiu-se que:

   – os preços desses bilhetes têm distribuição normal;

   – 95% dos preços excedem 720 euros;

   – 12% dos preços excedem 776.40 euros.

   (a) Identifique a distribuição dos preços. (2.5)

   Nota: *Se não responder a esta questão, passe a considerar que a distribuição tem valor médio igual a 752.9 euros e desvio padrão igual a 20 euros.*

   (b) Visitadas 20 agências ao acaso, qual a probabilidade de pelo menos 10 delas praticarem preços maiores do que 720 euros? Quantas destas agências se espera encontrar a praticar estes preços? (3.0)

   (c) Um cliente só compra a viagem se o preço for menor do que 720 euros. Determine a função de distribuição e a função de densidade de probabilidade do preço da VAP para este cliente, admitindo que ele compra a viagem. (2.0)

Grupo II *7.5 valores*

Numa loja de material informático o número de portáteis da marca X e da marca Y vendidos diariamente são variáveis aleatórias identicamente distribuídas, sendo a função de probabilidade de X dada por $P\{X = x\}$ e a função de probabilidade conjunta para (X, Y) dada pela tabela

$$P\{X=x\} = \begin{cases} 0.81, & x = 0 \\ 0.18, & x = 1 \\ 0.01, & x = 2 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

$X \backslash Y$	0	1	2
0	c	0	b
1	0	a	0
2	b	0	b

(a) Calcule $E[X]$ e $Var[X]$. (2.0)

(b) Determine o valor das constantes a, b e c. (1.5)

(c) Calcule $Var[Y|X=2]$ e verifique que não coincide com $Var[Y]$. Que conclui? (2.0)

ATENÇÃO: Se o seu curso é Licenciatura em Engenharia Biológica, Licenciatura em Engenharia Química ou Licenciatura em Química responda apenas à alínea (e), caso contrário responda apenas à alínea (d).

(d) Determine o coeficiente de correlação entre X e Y. Comente. (2.0)

(e) Admita que se dispõe de uma solução cuja concentração, C_0, foi determinada pelo método da recta de calibração e se obteve as seguintes estimativas para o seu valor médio e desvio padrão: 1.47 ppm e 0.02 ppm. Admita ainda que se procedeu à diluição 5:250 ($V_1 : V_2$) para preparar a solução amostra. Fazendo uso da regra número de moles equivalentes, i.e., $C_0V_2 = C_1V_1$, estime o desvio padrão associado à concentração da diluição efectuada, C_1, se o desvio padrão associado à medição dos volumes V_1 e V_2 for 0.10 ml. (2.0)

Sugestão: Seja $A = f(X, Y, Z)$ com X, Y e Z variáveis aleatórias independentes, então

$$\sigma_A^2 \approx \sigma_X^2 \left(\frac{\partial}{\partial X} f\right)^2_{(\mu_X,\mu_Y,\mu_Z)} + \sigma_Y^2 \left(\frac{\partial}{\partial Y} f\right)^2_{(\mu_X,\mu_Y,\mu_Z)} + \sigma_Z^2 \left(\frac{\partial}{\partial Z} f\right)^2_{(\mu_X,\mu_Y,\mu_Z)}.$$