

Análise Complexa e Equações Diferenciais

Ficha de Trabalho da 7^a Aula Prática

Aplicações do T. dos Resíduos

1. Calcule

$$(i) \oint_{|z|=2} \frac{1}{(z-1)^2(z^2+1)} dz, \quad (ii) \oint_{|z|=8} (1+e^z)^{-2} dz$$

2. Mostre que

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \theta}{5 + 4 \cos \theta} d\theta = \frac{\pi}{4}.$$

3. Mostre que

$$\int_0^\infty \frac{\cos x}{(x^2+1)^2} dx = \frac{\pi}{e}.$$

4. Utilize o teorema dos resíduos para calcular

$$\oint_C \frac{z^4 + 1}{z^2(2z^2 + 5z + 2)} dz,$$

onde C é a curva $\{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ percorrida no sentido positivo. Aproveite o resultado para calcular

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos(2\theta)}{5 + 4 \cos \theta} d\theta.$$