Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Mestrado em Matemática Aplicada

Grupos de Lie e Algebras de Lie

2001/2002 – 2º Semestre

Séries de Exercícios para Resolver em Casa

1ª Série – A entregar até dia 21/03/2002 (na aula)

1. Mostre que $\dim_{\mathbb{K}}(\mathrm{Sp}(\mathrm{n},\mathbb{K})) \geq \mathrm{n}(2\mathrm{n}+1)$ (de facto tem lugar a igualdade).

2. (a) Mostre que $\dim(\mathrm{U}(\mathrm{n})) \geq \mathrm{n}^2$ (de facto tem lugar a igualdade).

(b) Mostre que $U(n)$ é compacto.

3. Complete a demonstração de que a componente conexa da identidade de um grupo topológico G é subgrupo invariante de G.

4. Mostre que o grupo das componentes do grupo de Lorentz $O(1, n-1)$ tem pelo menos 4 elementos.
Sugestão: use a aplicação $F\ :\ O(1, n-1) \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$F(A) = (det(A), a_{00})\ .$$