Mira Fernandes, the Portuguese Mathematical physicist in the 1st half of the XXth century: A synopsis of his scientific work

José P. S. Lemos
IST

- Aureliano Mira Fernandes (16 June 1884 - 19 April 1958) ~ 74 years
  Mértola Lisboa

- Professor (from 1911) of Infinitesimal Calculus and Rational Mechanics, in this house, IST, at the time at Rua do Instituto Industrial (Conde Barão), near river Tejo. Only in 1940s IST moved to this place

- Doctoral Thesis in Coimbra 1910 "Galois Theory"
  He was a mathematician with interests in physics.

- From 1911 to 1924 no publications

- From 1924 onwards many publications: group theory, analysis, differential geometry, unitary theories, rational mechanics, quantum mechanics.
  (no direct explanation for gap. Incidently, oddly, Eddington's expedition to Principe (1919) was a local scientific waist)

- Most important papers published in Rendiconti della Accademia dei Lincei, due to Levi-Civita.
  After Levi-Civita compulsory retirement, published in Portuguese Journals

- corresponded with Levi-Civita and Cartan

- Had no peer around. E.g. working in relativity
  L. Coimbra (1912, 1923) a philosopher
  A. Lucas (1923) a mathematician, course in GR at Fac. Ciências

- In 1932 he proposed Einstein and Levi-Civita to the Lisbon Accademy of Sciences (Egas Moniz accepted immediately)

- Publications

in	Group theory	5	papers
in	Analysis	12	papers
in	Differential geometry	34	papers
in	Unitary theories	4	papers
in	Quantum mechanics	1	paper
in	Rational mechanics	25	papers

81 papers in total

- Examples

"Equazioni di strutture dei gruppo di Lie" Rendiconti Lincei 1938

"Una generalizzazioni della serie di Fourier" Revista Faculdade Ciência 1953

"Sur l'écart geodésique, la courbure Riemanniene et la courbure associée de Bianchi" Rendiconti Lincei 1929

"Sulla teoria unitarie dello spazio fisico" Rendiconti Lincei 1932, 1933

"La teoria unitaria dello spazio fisico e le equazioni relativiste delle mecanica atómica" Rendiconti Lincei 1934

"Valores médios em mecânica Ondulatória" Técnica 1931

"Sul problema brachistocrono di Zermelo" Rendiconti Lincei 1932

- Citations in books: Schouten 1954 "Ricci-Calculus"; Tonnelat 1965 "Theories Unifiés"; Synge 1960 "Relativity: the general theory"

- My interaction
  - Synge's 1960 book "Relativity: the general theory" bought in 1983! cites Mira Fernandes
  - my grand father Manuel Sande Lemos student at IST in 1920 and of Mira Fernandes always referring to him

soit un problème régulier du calcul des variations. En réalité on peut réduire ces conditions à quatre[1]. Ce sont les suivantes:

A. La longueur d'un vecteur de composantes $\dot{x}^i$ ayant la même direction que son élément d'appui est $L(x; \dot{x})$.

B. Soit $\overline{D}X^i$ la différentielle absolue d'un vecteur X^i quand, ses composantes contrevariantes X^i restant fixes, l'origine du vecteur reste fixe et que l'élément d'appui tourne infiniment peu autour de son centre. On a pour deux vecteurs quelconques X^i et Y^i de même élément d'appui la loi de symétrie:

$$\vec{Y}\cdot\overline{D}\vec{X}=\vec{X}\cdot\overline{D}\vec{Y}.$$

C. Si le vecteur X^i a la même direction que son élément d'appui, on a $\overline{D}\vec{X}=0$.

D. Si un vecteur X^i se déplace de manière que son élément d'appui reste de proche en proche parallèle à lui-même, et si on pose alors

$$DX^i=dX^i+X^k\Gamma^{*i}_{kj}\,dx^j,$$

les quantités Γ^{*k}_{ij} sont symétriques par rapport à leurs indices inférieurs.

Les conditions **A**, **B**, **C** se traduisent respectivement, en posant

$$F=\frac{1}{2}L^2, \quad C_{ijk}=g_{ir}C^r_{jk},$$

par les relations

$$g_{ij}\dot{x}^i\dot{x}^j=2F,$$

$$C_{ijk}=C_{jik},$$

$$\dot{x}^iC_{ijk}=0,$$

d'où on déduit facilement, en tenant compte de (6),

$$g_{ij}=\frac{\partial^2F}{\partial\dot{x}^i\partial\dot{x}^j}, \quad C_{ijk}=\frac{1}{2}\frac{\partial g_{ij}}{\partial\dot{x}^k}=\frac{1}{2}\frac{\partial^3F}{\partial\dot{x}^i\partial\dot{x}^j\partial\dot{x}^k}. \tag{7}$$

Quant aux quantités Γ^{*k}_{ij}, elles se déduisent par des calculs plus compliqués de la condition **D**, qu'on vérifie facilement être de nature intrinsèque, c'est-à-dire indépendante du choix des variables.

---

[1] C'est à la suite d'un échange de correspondances avec M. Aurelio de Mira-Fernandes que je me suis aperçu de la possibilité de cette simplification. Les conditions A, B, C, D du texte sont les conditions A, C, D, E de mon fascicule déjà cité.

Les valeurs (7) trouvées pour g_{ij}
dans le calcul des variations; elles
géométrique directe. Considérons l'ind
sont regardées comme des coordonn
point (x^i), centre de l'indicatrice.
contact du second ordre avec l'indic
$L(x; \dot{x})=1$] a précisément pour équ

$g_{ij}(x, \dot{x}$

Il y a naturellement d'autres rela
euclidienne de l'espace de Finsler et
variations. C'est ainsi que si l'on con
à une extrémale donnée, le vecteur in
ment cet élément linéaire comme
à ce élément d'appui si la
extrémale. Enfin les extrémales sont
de leurs éléments linéaires tangents,
suivent des droites, c'est-à-dire ont le
de proche en proche. On aurait
priori la notion de transversalité à c
les extrémales avec les géodésiques d
pour déterminer d'une manière univoqu

Il est intéressant de comparer la
les principes précédents au transport
Deux différences importantes son
En premier lieu M. Berwald n'e
vecteur que dans le cas où son élém
à lui-même; le transport parallèle de
déterminé par des quantités C^k_{ij}, qui
la convention D.
En second lieu M. Berwald, pou
remarque due à Emmy Noether. En
différentielles des géodésiques sont de

$\frac{d^2x^i}{ds^2}+\Gamma^{i}_{kh}\frac{d}{}$

soient d'autre part

$\frac{d^2x^i}{ds^2}+2C^i\Big($