Análise Matemática III
1º semestre de 2002/2003

Exercício teste 6: (a entregar na semana de 28/10/2002)

Uma partícula pontual de carga eléctrica $q = 3$ está mergulhada num campo eléctrico dado pela expressão [1]

$$E(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2)^3\,(x,y,z) + \left(\frac{-y}{(x-1)^2+y^2}, \frac{(x-1)}{(x-1)^2+y^2}, 0\right) + (-y, x, e^z)\,.$$

A partícula foi obrigada a percorrer um circuito composto por três curvas C_1, C_2, C_3 definidas por:

$$C_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x-1)^2 + y^2 = 1, z = 3\},$$

$$C_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + (y-1)^2 = 1, z = 3\},$$

$$C_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x = y = 0, 3 \leq z \leq 4\}.$$

1) Sabendo que a partícula percorreu C_1 e C_2 no sentido anti-horário (do ponto de vista de um observador colocado no ponto $(0,0,10)$) e C_3 no sentido ascendente, calcule o trabalho que a força eléctrica $f_{ele} = q \cdot E$ realizou sobre ela.

2) Será o campo E um gradiente no seu domínio ?

Sugestão: Tente entender a estrutura do campo vectorial E decompondo-o em campos mais simples. Não tente fazer as contas todas directamente pela definição. Se quiser utilize directamente o teorema de Green no plano nalguns passos, embora tal não seja estritamente necessário.

[1] Na verdade, para que este E satisfizesse as equações de Maxwell do electromagnetismo, seria também necessária a presença de um campo magnético variável no tempo; esse campo também actuaria sobre a partícula mas sem realizar trabalho, uma vez que a força magnética $f_{mag} = qv \times B$ é sempre perpendicular às trajectórias, como certamente aprendeu em electromagnetismo.