Monopólos e Curvas Algébricas - Curso de Mestrado em Matemática Aplicada - IST

João Pimentel Nunes

Sumário: A teoria de monopólos magnéticos e as técnicas usadas para o seu estudo são um paradigma para o uso de métodos de geometria algébrica no estudo de certas equações diferenciais parciais não-lineares e de sistemas integráveis. Os objectivos do curso são o estudo destes métodos, a introdução dos conceitos geométricos necessários e a sua manipulação explícita em casos concretos sempre que possível. *Não são necessários conhecimentos de física para frequentar o curso, apenas elementos básicos de geometria diferencial. Alguma familiaridade com grupos e álgebras de Lie ajuda mas não é essencial.*

Programa Aproximado: 1. Introdução e panorama do curso; 2. Eq. de Maxwell, monopólo de Dirac; 3. Grupos e álgebras de Lie, representações (revisão ou crash course); 4. Fibrados principais, fibrados vectoriais; 5. Construção de Chern-Weil, fibrados universais, fibrados de Hopf, carga magnética como número de Chern; 6. Eq. de Yang-Mills, eq. de Yang-Mills auto-duais; 7. Variedades simpléticas, acções simpléticas de grupos, quocientes simpléticos; 8. Variedades Kahler, variedades hiperKahler, quocientes hiperKahler; 9. Eq. de Yang-Mills auto-duais e suas reduções através de quocientes hiperKahler; 10. Eq. de Korteg de Vries, eq. de Bogomolny, eq. de Hitchin, eq. de Nahm, aplicações harmónicas, instantões; 11. Superfícies de Riemann, curvas algébricas; 12. Fibrados linha sobre curvas, divisores, Jacobianas; 13. Eq. de Bogomolny e a construção "twistor"; 14. Curvas espectrais, espaço moduli de soluções $\mathcal{M}_k$; 15. A aproximação de Manton, métrica em $\mathcal{M}_k$; 16. Sistemas algebricamente integráveis, pares de Lax; 17. Eq. de Nahm, curvas espectrais; 18. Transformação de Nahm; 19. Métrica de Atiyah-Hitchin, espalhamento de monopolos, geodésicas em $\mathcal{M}_2$; 20. Monopólos com simetria; 21. Funções Θ em curvas algébricas; 22. A fórmula de Hitchin para a métrica em termos de funções Θ na curva espectral; 23. Resultados recentes, outras direcções.

Avaliação: Algumas séries de trabalhos de casa e um trabalho final sobre tópicos relacionados com o curso e a combinar na altura.

Bibliografia (alargada)

- M. Atiyah e N. Hitchin, "The Geometry and Dynamics of Magnetic Monopoles", Cam.Univ.Press, 1988.
- M. Atiyah e N. Hitchin, "Low Energy Scattering of Non-abelian Monopoles", Phys.Lett. A107 (1985) 21.
- M. Atiyah e N. Hitchin, "Low Energy Scattering of Non-abelian Magnetic Monopoles", Phil.Trans. of the Royal Soc. of London A315 (1985) 459.
- S. Donaldson, "Nahms Eq. and the Classification of Monopoles", Comm.Math.Phys. 96 (1984) 387.
- Farkas e Kra, "Riemann Surfaces", Springer-Verlag, 1991.
- N. Hitchin, "Monopoles and Geodesics", Comm.Math.Phys. 83 (1982) 579.
- N. Hitchin, "On the Construction of Monopoles", Comm.Math.Phys. 83 (1982) 579.
- N. Hitchin, "Monopoles, Minimal Surfaces and Algebraic Curves", Sémin.Math.Sup. 105, Les Presses Univ. de Montréal, 1987.
- N. Hitchin, "Integrable Systems in Riemannian Geometry", Surveys in Diff. Geometry Vol. IV, Inter. Press, 1998.
- J. Hurtubise, "SU(2) Monopoles of Charge 2", Comm.Math.Phys. 92 (1983) 195.
- J. Hurtubise, "The Asymptotic Higgs Field of a Monopole", Comm.Math.Phys. 97 (1985) 381.
- J. Hurtubise, "Monopoles and Rational Maps: a note on a theorem by Donaldson", Comm.Math.Phys. 100 (1985) 195.
- A. Jaffe e C. Taubes, "Vortices and Monopoles", Birkhauser, Boston, 1980.
- N. Manton, "The Force Between t'Hooft-Polyakov Monopoles", Nucl.Phys. B126 (1977) 525.
- N. Manton, "A Remark on the Scattering of BPS Monopoles", Phys.Lett. B110 1982) 54.
- R. Miranda, "Algebraic Curves and Riemann Surfaces", Amer.Math.Soc., 1995.
- W. Nahm, "The Construction of all Self-Dual Monopoles by the ADHM Method", em "Monopoles in Quantum Field Theory", ed. N.Craigie et al., World Scientific, Singapura, 1982.
- R. Ward e R. Wells, "Twistor Geometry and Field Theory", Cam.Univ.Press, 1990.
- R. Ward, "A Yang-Mills-Higgs Monopole of Charge 2", Comm.Math.Phys. 79 (1981) 317.
- G. Springer, "Riemann Surfaces", Chelsea Pub., 1957.