1^a Ficha de Avaliação de CDI-I; LMAC, MEBiom e MEFT

12/Out/2012-MEBiom-v.2

Resolução

1) $|2x+1| \geq |7-4x| \Longleftrightarrow |2x+1|^2 \geq |7-4x|^2 \Longleftrightarrow$
$\Longleftrightarrow (2x+1)^2 \geq (7-4x)^2 \Longleftrightarrow 4x^2+4x+1 \geq 49-56x+16x^2 \Longleftrightarrow$
$\Longleftrightarrow 0 \geq 12x^2-60x+48 \Longleftrightarrow 0 \geq x^2-5x+4$.

Ora,
$x^2-5x+4=0 \Longleftrightarrow x=1 \vee x=4$.
Sendo assim,
$0 \geq x^2-5x+4 \Longleftrightarrow x \in [1,4]$.
Logo,

$$A=[1,4] \ .$$

2) Pretende-se mostrar, por Indução Matemática, que:

$$\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^{n} (2k+1)\, 3^{k-1} = n3^n \ .$$

$$n=1 :$$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (2k+1)\, 3^{k-1} = \sum_{k=1}^{1} (2k+1)\, 3^{k-1} = (2+1)\, 3^{1-1} = 3,$
$n3^n = 3$.
Logo, $P(n)$ é satisfeita para $n=1$.

Hipótese de Indução (H.I.): $\underbrace{\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (2k+1)\, 3^{k-1} = n3^n}_{P(n)}$.

Tese de Indução: $\underbrace{\displaystyle\sum_{k=1}^{n+1} (2k+1)\, 3^{k-1} = (n+1)\, 3^{n+1}}_{P(n+1)}$.

Ora,
$\displaystyle\sum_{k=1}^{n+1} (2k+1)\, 3^{k-1} = \sum_{k=1}^{n} (2k+1)\, 3^{k-1} + (2n+3)\, 3^n \underset{\textbf{H.I.}}{=} n3^n + (2n+3)\, 3^n =$
$= n3^n + 2n3^n + 3^{n+1} = 3n3^n + 3^{n+1} = n3^{n+1} + 3^{n+1} = (n+1)\, 3^{n+1}$.

3) $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow 0^-} \cosh\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \longrightarrow 0^-} \frac{e^{\frac{1}{x}} + e^{-\frac{1}{x}}}{2} \underset{\lim_{x \longrightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty}{=}$
$= \displaystyle\frac{1}{2}\left(\lim_{y \longrightarrow -\infty} e^y + \lim_{y \longrightarrow -\infty} e^{-y}\right) = \frac{1}{2}\left(0 + (+\infty)\right) = +\infty$.