

Apêndice VIII

Axioma do Supremo

Axioma do Supremo.

Qualquer subconjunto **não-vazio, majorado**, de \mathbb{R} , tem supremo.

Como consequência do Axioma do Supremo, tem-se:

Propriedade do Ínfimo.

Qualquer subconjunto **não-vazio, minorado**, de \mathbb{R} , tem ínfimo.

Tem-se:

Proposição. Sejam $A \subset \mathbb{R}$ e $m, M \in \mathbb{R}$.

Então:

$$\begin{aligned} 1) \quad M = \sup A &\iff \begin{cases} \text{a)} \quad M \text{ é um majorante de } A \\ \text{b)} \quad \forall \varepsilon > 0 \exists a \in A : M - \varepsilon < a \leq M \end{cases} \\ 2) \quad m = \inf A &\iff \begin{cases} \text{a)} \quad m \text{ é um minorante de } A \\ \text{b)} \quad \forall \varepsilon > 0 \exists a \in A : m \leq a < m + \varepsilon \end{cases} \end{aligned}$$