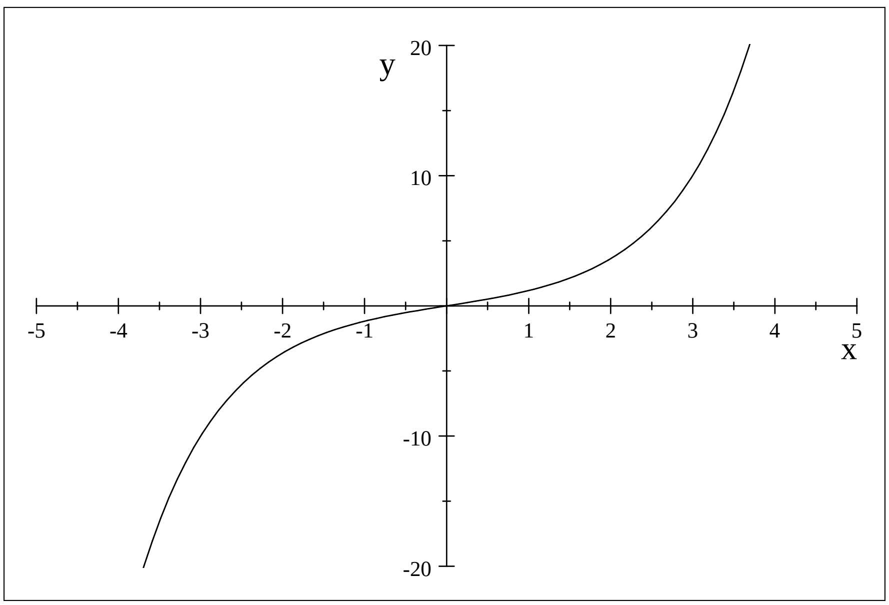
Apêndice XI

Alguns Resultados Úteis sobre as Funções Hiperbólicas

Seno hiperbólico:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Trata-se de uma função ímpar ($\sinh(-x) = -\sinh x$) com o seguinte gráfico:



Tem-se:

$$\sinh 0 = 0 \ .$$

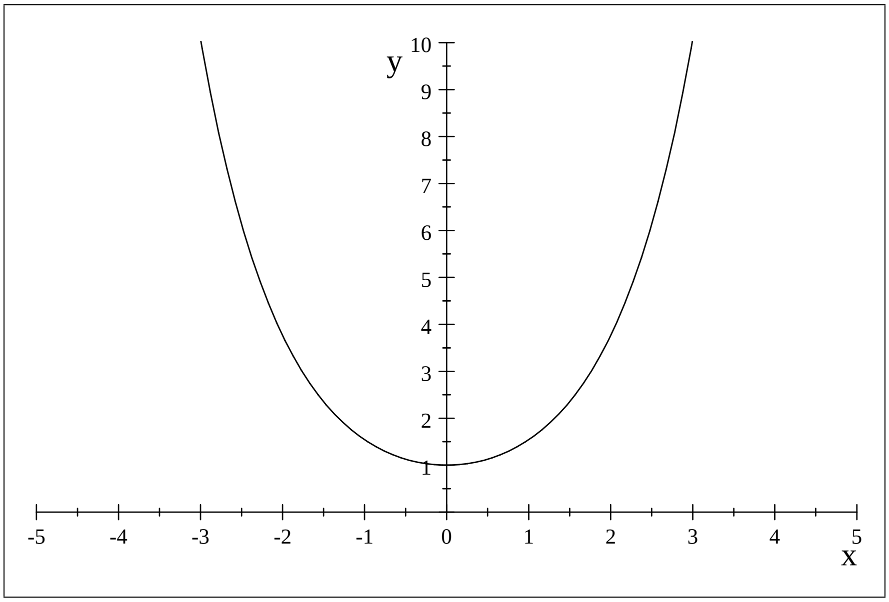
$$\lim_{x \longrightarrow +\infty} \sinh x = +\infty \ .$$

$$\lim_{x \longrightarrow -\infty} \sinh x = -\infty \ .$$

Co-seno hiperbólico:

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Trata-se de uma função par ($\cosh(-x) = \cosh x$) com o seguinte gráfico:



Tem-se:

$$\cosh 0 = 1 \ .$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : \cosh x \geq 1 \ .$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : \cosh x > \sinh x \ .$$

$$\lim_{x \longrightarrow +\infty} (\cosh x - \sinh x) = 0 \ .$$

$$\lim_{x \longrightarrow +\infty} \cosh x = +\infty \ .$$

$$\lim_{x \longrightarrow -\infty} \cosh x = +\infty \ .$$

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1 \ .$$

$$\sinh(x \pm y) = \sinh x . \cosh y \pm \sinh y . \cosh x \ .$$

$$\cosh(x \pm y) = \cosh x . \cosh y \pm \sinh x . \sinh y \ .$$

Algumas Regras de Derivação

$$(\sinh u)' = u' \cosh u \ ,$$

em particular:

$$(\sinh x)' = \cosh x \ .$$

$$(\cosh u)' = u' \sinh u \ ,$$

em particular:

$$(\cosh x)' = \sinh x \ .$$