

## PROBLEMAS PARA A AULA PRÁTICA, SEMANA 6

**Exercício 1** (Revisão). Calcule a derivada das seguintes funções:

$$(1) f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} \cos^2 t \, dt \qquad (2) g(x) = x \int_{x^2}^1 e^{\cos t} \, dt$$

**Exercício 2.** Seja  $T$  o triângulo em  $\mathbb{R}^3$  com vértices  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  e  $(0, 0, 1)$ . Mostre que  $T$  é um triângulo equilátero.

**Exercício 3.** Calcule e esboce o domínio das seguintes funções. Justifique que elas são contínuas no seu domínio.

$$(1) f(x, y) = \left( \sqrt{1 - x^2 - y^2}, \log |y - x^2| \right)$$

$$(2) f(x, y) = \sqrt{-y^2 + \sin^2 x}$$

$$(3) f(x, y) = \left( \arcsen \frac{x}{y}, \log(x^2 - y^2) \right)$$

$$(4) f(x, y) = x \log(xy)$$

**Exercício 4.** Determine a aderência do domínio das funções do exercício anterior.

**Exercício 5.** Mostre, construindo explicitamente sucessões apropriadas, que o ponto  $(0, 0)$  é aderente a cada um dos seguintes conjuntos:

$$(1) \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$$

$$(2) \{(x, y) : x > 0\}$$

$$(3) \{(x, y) : xy > 0\}$$

$$(4) \{(x, y) : 0 < y < x^2\}$$

**Exercício 6.** Um ponto  $P$  é um sublimite de uma sucessões  $(P_n)$  sse existir uma subsucessão  $(P_{n_k})$  que converge para  $P$ . Calcule todos os sublimites das seguintes sucessões:

$$(1) P_n = \left( \frac{n \sin(n^2)}{1 + 3n^3}, e^{-\frac{1}{n^2}} \right) \qquad (2) P_n = \left( \sin \frac{2n\pi}{3}, (-1)^n \right)$$

$$(3) P_n = \left( \cos \frac{n\pi}{3}, \cos \frac{n\pi}{4} \right) \qquad (4) P_n = \left( (-1)^n, \cos \frac{n\pi}{6}, \sin \frac{n\pi}{6} \right)$$