

Exercício 1. *Esboce o gráfico das seguintes funções:*

- (1) $f(x, y) = x + y$
- (2) $f(x, y) = x^2 + y^2$
- (3) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$
- (4) $f(x, y) = 10 - \sqrt{x^2 + y^2}$

Exercício 2. *Esboce algumas curvas de nível das seguintes funções:*

- (1) $f(x, y) = x - y$
- (2) $f(x, y) = x^2 - y^2$
- (3) $f(x, y) = x^2 + 4y^2$
- (4) $f(x, y) = y - x^3$
- (5) $f(x, y) = y - \cos x$
- (6) $f(x, y) = e^{-x^2 - y^2}$
- (7) $f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$

Exercício 3. *Calcule as derivadas parciais de primeira ordem das seguintes funções, e diga em que casos elas são contínuas no ponto $(x, y) = (0, 0)$:*

- (1) $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ para $(x, y) \neq (0, 0)$, $f(0, 0) = 0$.
- (2) $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^2}$ para $(x, y) \neq (0, 0)$, $f(0, 0) = 0$.
- (3) $f(x, y) = \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}$ para $(x, y) \neq (0, 0)$, $f(0, 0) = 0$.
- (4) $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$ para $(x, y) \neq (0, 0)$, $f(0, 0) = 0$.
- (5) $f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$ para $(x, y) \neq (0, 0)$, $f(0, 0) = 0$.
- (6) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ para $(x, y) \neq (0, 0)$, $f(0, 0) = 0$.

Exercício 4. *Qual o ponto da superfície $xyz = 8$ no primeiro octante $(x, y, z > 0)$ mais próximo da origem? Sugestão: escreva a distância à origem como função de x e de y e minimize esta função.*

Exercício 5. *Queremos construir um aquário rectangular com volume 24000 cm^3 . Sabendo que o material para o fundo custa 28 centimos por cm^2 , o vidro para as 4 paredes custa 5 centimos por cm^2 e o material para a tampa custa 2 centimos por cm^2 , quais as dimensões do aquário que minimizam o custo?*

Exercício 6. *Um arame de 120cm é cortado em 3 ou menos bocados. Cada bocado é dobrado na forma dum quadrado. Como deve o arame ser cortado para maximizar a área total destes quadrados?*

Exercício 7. *Faça corresponder, a cada uma das seguintes funções*

(1) $|x| + |y|$

(2) $|xy|$

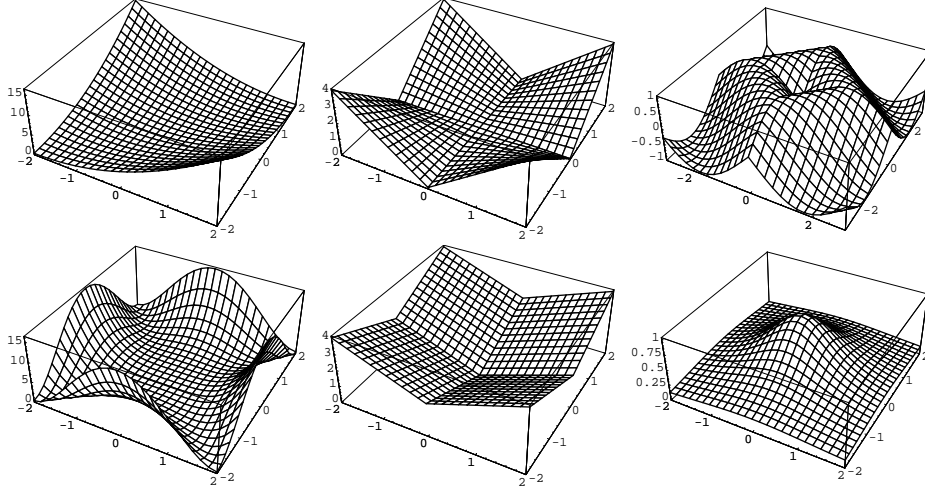
(3) $\frac{1}{1+x^2+y^2}$

(4) $(x^2 - y^2)^2$

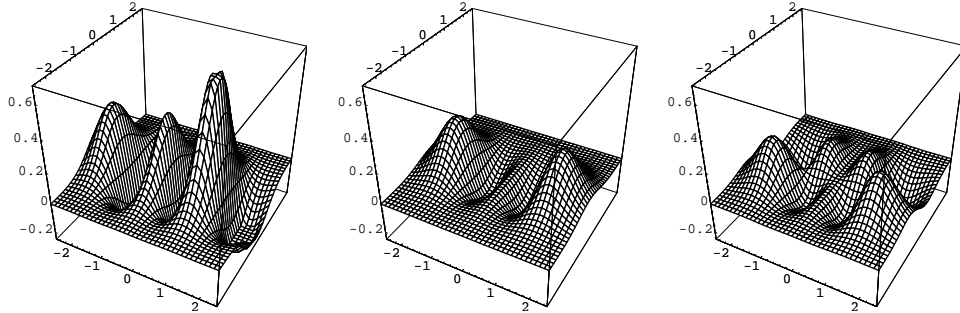
(5) $(x - y)^2$

(6) $\text{sen}(|x| + |y|)$

o respectivo gráfico. Justifique as suas escolhas.



Exercício 8. *As figuras seguintes representam os gráficos duma função $f(x, y)$ e das suas derivadas $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$. Faça corresponder a cada um dos gráficos a respectiva função.*



Exercício 9. *Faça corresponder a cada um dos seguintes gráficos as respectivas curvas de nível:*

