

PROBLEMAS PARA A AULA PRÁTICA, SEMANA 14

Exercício 1. Encontre os valores máximo e mínimo (se existirem) das seguintes funções nos conjuntos indicados:

(1) $f(x, y, z) = 3x + 2y + z$ em $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

(2) $f(x, y, z) = xyz$ em $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

(3) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ em $x^4 + y^4 + z^4 = 3$

(4) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ em $x + y + z = 1$ e $x + 2y + 3z = 6$

(5) $f(x, y, z) = z$ em $x^2 + y^2 = 1$ e $2x + 2y + z = 5$

Exercício 2. Seja T um triângulo com lados de comprimento x, y, z cujo ângulo entre os lados de comprimento x e y é α . Então a lei dos cossenos diz-nos que

$$z^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos \alpha$$

Se impusermos que o perímetro do triângulo é P , qual a maior área que o triângulo pode ter? Mostre que essa área é obtida quando o triângulo é equilátero. Nota: a área dum triângulo é dada por

$$A = \frac{1}{2}xy \sin \alpha$$

Exercício 3. Mostre que a função definida por $(u, v) = f(x, y)$ com

$$u = e^{xy} + 1$$

$$v = e^{xy} + y^2$$

possui, numa bola $B_r(0, 1)$, uma inversa local de classe C^1 . Sendo $g(u, v)$ esta inversa, calcule $\frac{\partial g_2}{\partial u}$ no ponto $(2, 2)$.