

**PROBLEMAS PARA A AULA PRÁTICA, SEMANA 2**

**Exercício 1.** Calcule as somas de Riemann para os integrais e partições indicadas.

$$(1) \int_0^2 x^2 dx \quad P = \{0, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, 2\} \quad c = (0, 1, 2)$$

$$(2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \quad P = \{0, \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{5}, \frac{3\pi}{10}, \frac{4\pi}{10}, \frac{\pi}{2}\} \quad c = (0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$$

**Exercício 2.** A tabela seguinte mostra os resultados de medições da velocidade  $v(t)$  dum partícula:

$t$	0	0.3	0.6	0.8	0.9
$v(t)$	1.00	0.96	0.83	0.70	0.62

Use somas de Riemann para estimar a distância percorrida pela partícula de  $t = 0$  até  $t = 1$ .

**Exercício 3.** Calcule os seguintes integrais:

$$(1) \int_0^4 (7x^{5/2} - 5x^{3/2}) dx \quad (2) \int_{-1}^0 (2x + 1)^{10} dx \quad (3) \int_1^9 (1 + \sqrt{x})^2 dx$$

$$(4) \int_0^4 \sqrt{3t} dt \quad (5) \int_1^4 \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x}} dx \quad (6) \int_1^4 (t^2 - 2)\sqrt{t} dt$$

**Exercício 4.** Calcule os seguintes integrais:

$$(1) \int_0^1 x^2(1 + 2x^3)^5 dx \quad (2) \int_0^{\sqrt{\pi}} x \cos(x^2) dx \quad (3) \int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\log x}}$$

$$(4) \int_1^4 \frac{(1 + \sqrt{x})^4}{\sqrt{x}} dx \quad (5) \int_0^4 x\sqrt{4-x} dx \quad (6) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + 3 \sin \theta)^{\frac{3}{2}} \cos \theta d\theta$$

**Exercício 5.** Resolva a equação diferencial:

$$y'(x) = e^{x+e^x}, \quad y(0) = 0$$

**Exercício 6.** Sabendo que  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  calcule, usando somas de Riemann,

$$(1) \int_0^1 x^2 dx \quad (2) \int_0^1 (3x^2 + 1) dx$$

**Exercício 7.** Calcule os seguintes limites. Sugestão: encontre uma função  $f$  tal que o limite seja igual a  $\int_0^1 f(x) dx$ .

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{n^4} \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$$

**Exercício 8.** Seja

$$F(x) = \int_1^x e^{\frac{t^2+1}{t}} \frac{dt}{t}$$

Mostre que  $F\left(\frac{1}{x}\right) = -F(x)$