

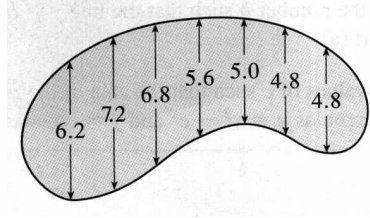
PROBLEMAS PARA A AULA PRÁTICA, SEMANA 3

Exercício 1. Use integração para calcular a área do triângulo de vértices $(0, 0)$, $(2, 1)$ e $(-1, 6)$.

Exercício 2. Interprete os seguintes integrais em termos de áreas de regiões do plano:

$$(1) \int_{-1}^1 x^3 - x \, dx \qquad (2) \int_{-1}^1 |x^3 - x| \, dx$$

Exercício 3. A largura dum certa piscina foi medida de 2 em 2 metros chegando-se aos valores indicados na figura. Use somas de Riemann para estimar a área da piscina.



Exercício 4. Calcule o volume dum pirâmide de vértices $(1, 1, 0)$, $(1, -1, 0)$, $(-1, 1, 0)$, $(-1, -1, 0)$ e $(0, 0, 1)$.

Exercício 5. A taxa de natalidade numa certa cidade foi de $16 + t$ milhares de nascimentos por ano, em que t é o número de anos desde 1970.

- (1) Estime através dum integral, o número de nascimentos entre 1970 e 1990.
- (2) Sabendo que a taxa de mortalidade foi de $5 + \frac{1}{2}t$ mil por ano desde 1970, e que a população da cidade em 1970 era de 375,000 habitantes, estime o valor da população em 1990

Exercício 6. A ponte 25 de Abril tem duas torres distando cerca de 1000 metros uma da outra, entre as quais estão suspensos dois cabos grossos paralelos. Destes cabos saem, de 20 em 20 metros, cabos mais finos que seguram o tabuleiro da ponte. Assumindo que a distância vertical dos cabos grossos à ponte é dada por $h(x) = \frac{x^2}{2000}$, use um integral para estimar o comprimento total de cabos finos usados entre as duas torres.



Exercício 7. Uma chapa metálica fina foi cortada na forma da região

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x \geq \frac{1}{2} \right\}$$

Calcule a massa da chapa sabendo que a densidade é dada por $\rho(x, y) = x$ (gramas/cm²).
Sugestão: divida a região em faixas verticais.

Exercício 8. Calcule o volume da intersecção dos 2 cilindros sólidos perpendiculares:

$$C_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1\} \quad C_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 1\}$$

(ver as figuras em baixo). Sugestão: a intersecção com qualquer plano horizontal é um quadrado.

