

RESOLUÇÃO DO EXERCÍCIO 3 ALÍNEA 2

$V \subset E$ é fechado logo é Banach em ambas as normas. Pelo teorema da aplicação aberta $Id : (V, \|\cdot\|_{1,\infty}) \rightarrow (V, \|\cdot\|_\infty)$ é um homeomorfismo logo existe uma constante K tal que $\|f\|_{1,\infty} = \|f\|_\infty + \|f'\|_\infty \leq K\|f\|_\infty$. Logo

$$\|f'\|_\infty \leq (K - 1)\|f\|_\infty$$

Seja $C \subset V$ limitado e fechado. Então, em C , $\|f\|_\infty \leq M$ logo $\|f'\|_\infty \leq (K - 1)M$ logo C é equicontínuo e pontualmente limitado. Pelo teorema de Ascoli, como C é fechado, C é compacto.