

TGIAF FICHA #1

Exercício 1. p82 #8

(a) Mostre que a colecção

$$\mathcal{B} = \{[a, b[: a, b \in \mathbb{Q}, a < b\}$$

é uma base de \mathbb{R} com a topologia usual.

(b) Mostre que a colecção

$$\mathcal{B} = \{[a, b[: a, b \in \mathbb{Q}, a < b\}$$

é uma base que gera uma topologia diferente da topologia do limite inferior em \mathbb{R} .

Exercício 2. p92 #3 Seja $Y = [-1, 1] \subset \mathbb{R}^2$ com a topologia induzida pela topologia usual de \mathbb{R} . Quais dos seguintes conjuntos são abertos em Y ? Quais deles são abertos em \mathbb{R} ?

$$A = \{x : \frac{1}{2} < x < 1\}$$

$$B = \{x : \frac{1}{2} < x \leq 1\}$$

$$C = \{x : \frac{1}{2} \leq x < 1\}$$

$$D = \{x : \frac{1}{2} \leq x \leq 1\}$$

$$E = \{x : 0 < |x| < 1 \text{ e } \frac{1}{x} \notin \mathbb{Z}_+\}$$

Exercício 3. p101 #6 Sejam A, B, A_α subconjuntos dum espaço topológico X . Mostre que

(a) Se $A \subset B$ então $\bar{A} \subset \bar{B}$

(b) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

(c) $\overline{\bigcup U_\alpha} \supset \bigcup \bar{U}_\alpha$; dê um exemplo em que a igualdade não se verifique.