



Análise Matemática IV - A
2º Semestre 2006/2007
Cursos: LMAC, LEFT, LEBM, LEA

Lista de Problemas para Avaliação Contínua

1. Verifique que são válidas as seguintes propriedades da função exponencial:

- a) $e^{z+w} = e^z e^w \quad \forall z, w \in \mathbb{C}$
- b) $|e^{x+iy}| = e^x \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$
- c) $e^{z+2k\pi i} = e^z \quad \forall z \in \mathbb{C} \forall k \in \mathbb{Z}$
- d) $e^{-z} = \frac{1}{e^z} \quad \forall z \in \mathbb{C}$
- e) $(e^z)^n = e^{nz} \quad \forall z \in \mathbb{C} \forall n \in \mathbb{Z}$

(Data entrega: 21-22/3)

2. Calcule ou mostre que não existe cada um dos seguintes limites

- a) $\lim_{z \rightarrow -2i} \frac{z^3 - 8i}{z + 2i}$
- b) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{|z|}$

(Data entrega: 21-22/3)

3. Sejam $f(z)$ e $g(z)$ funções com derivada no ponto z_0 . Deduza que:

- a) $(af(z) \pm bg(z))' = af'(z) \pm bg'(z) \quad \forall a, b \in \mathbb{C}$
- b) $(f(z)g(z))' = f(z)g'(z) + f'(z)g(z)$
- c) $\left(\frac{f(z)}{g(z)}\right)' = \frac{f'(z)g(z) - g'(z)f(z)}{(g(z))^2}$
- d) $(f(g(z)))' = f'(g(z))g'(z)$

Questão opcional: justifique também que $af(z) \pm bg(z)$, $f(z)g(z)$, $\frac{f(z)}{g(z)}$ e $(f \circ g)(z)$ têm derivada em z .

(Data entrega: 28-29/3)