Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

# Combinatória e Teoria de Códigos

## Teste 2 – 9 de Junho de 2016

Duração: 1h 30m

- **Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.**
- **Não é permitido o uso de máquinas calculadoras, telemóveis, nem de outros elementos de consulta.**

1. (a) (2 val.) Seja $C \subset \mathbb{F}_q^n$ um código linear e seja $w_C(t)$ o seu polinómio enumerador de pesos. Escreva o polinómio enumerador de pesos do código entrelaçado $C^{(2)}$ à custa de $w_C(t)$.

   (b) (2 val.) Usando a alínea anterior, obtenha o polinómio enumerador de pesos de $E_7^{(2)}$, onde $E_7 \subset \mathbb{F}_2^7$ é o código dos pesos pares.

2. Seja $C$ o código cíclico sobre $\mathbb{F}_3$, de comprimento $8$, com polinómio gerador

$$g(t) = (t^2+1)(t^2+2t+2) = t^4 + 2t^3 + 2t + 2 \ .$$

   (a) (1,5 val.) Escreva uma matriz geradora de $C$.

   (b) (2 val.) Determine o polinómio de paridade de $C$ e escreva uma matriz de paridade para $C$.

   (c) (2 val.) Seja $C' = \{(x_0, x_1, \ldots, x_7) \in C \mid \sum_{i=0}^{7} x_i = 0\}$. Justifique que $C'$ é um código cíclico e determine o seu polinómio gerador.

   (d) (3 val.) Sabendo que $\mathrm{d}(C) \geq 3$, descodifique o vector recebido

$$y = 20122201 \ ,$$

   usando o algoritmo caça ao erro.

3. (a) (2,5 val.) Factorize $t^{10} - 1$ no produto de polinómios mónicos irredutíveis em $\mathbb{F}_4[t]$, onde $\mathbb{F}_4 = \mathbb{F}_2[\alpha]$, $\alpha^2 = \alpha + 1$.

   (b) (1,5 val.) Quantos códigos cíclicos sobre $\mathbb{F}_4$ com comprimento 10 e dimensão 6 é que existem?

4. Seja $C \subset \mathbb{F}_{16}^{15}$ o código cíclico sobre $\mathbb{F}_{16} = \mathbb{F}_2[\alpha]$ (onde $\alpha^4 = \alpha + 1$) com polinómio gerador

$$g(t) = (t-\alpha)(t-\alpha^2)(t-\alpha^3) \ .$$

   (a) (2 val.) Justifique que $C$ é um código Reed-Solomon e indique os seus parâmetros.

   (b) (1,5 val.) Indique, justificando, os parâmetros da extensão por paridade $\widehat{C}$.