Exercícios sobre rectas e planos tangentes e normais

1. Escreva a equação do plano tangente ao gráfico da função $f$ no ponto $P_0$, onde:
   (a) $f(x, y) = \arctg(x^2y)$, $P_0 = (1, 2)$;
   (b) $f(x, y) = xye^{x+y}$, $P_0 = (3, 1)$;
   (c) $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$, $P_0 = (2, 3)$;
   (d) $f(x, y) = x \cos(\frac{z}{y})$, $P_0 = (1, 4)$.

2. Escreva a equação do plano ou recta tangente à superfície ou curva no ponto $P_0$ indicados:
   (a) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $P_0 = (1, 2, 2)$;
   (b) $x^3 + y^3 + z^3 = 5xyz$, $P_0 = (2, 1, 1)$;
   (c) $z^3 + (x + y)z^2 + x^2 + y^2 = 13$, $P_0 = (2, 2, 1)$;
   (d) $2x^2 + 3y^2 = 35$, $P_0 = (2, 3)$;
   (e) $x^4 + xy + y^2 = 19$, $P_0 = (2, -3)$;
   (f) $xyz + x^2 - 2y^2 + z^3 = 13$, $P_0 = (5, -2, 3)$.

3. Para cada uma das alíneas da pergunta anterior, escreva a equação da recta normal à superfície ou curva no ponto indicado.

4. Determine o espaço tangente e o espaço normal a cada uma das seguintes variedades no ponto $(1, 0, 1)$:
   (a) $L = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, z = x^2 - y^2 \}$;
   (b) $S = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 - y^2, x^2 + y^2 < 1 \}$. 

Análise Matemática II
1º semestre de 2006/2007