

Exercícios de Análise Matemática III

Integrais de campos escalares em variedades

1. Calcular o integral de cada um dos seguintes campos escalares f na variedade S indicada.
 - a) $f(x, y, z) = x + y$; $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > 0, y > 0, z > 0, x + y + z = 1\}$.
 - b) $f(x, y, z) = xyz$; S é o triângulo de vértices $(3, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ e $(0, 0, 6)$.
 - c) $f(x, y, z) = y + z + 3$; S é a parte do plano $z = 3x + 2y$ que fica no interior do cilindro $x^2 + y^2 < 4$.
 - d) $f(x, y, z) = z^2$; S é a parte do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z > 0$ que fica no interior do cilindro $x^2 + y^2 < 4$.
 - e) $f(x, y, z) = xy + 1$; S é a parte do parabolóide $z = x^2 + y^2$ que fica no interior do cilindro $x^2 + y^2 < 4$.
 - f) $f(x, y, z) = (x^2 + y^2)z$; S é o hemisfério $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, $z > 0$.

2. Determinar o momento de inércia em relação ao eixo Oz das películas representadas pelas superfícies seguintes. Em cada caso assumir densidade constante igual a 1.
 - a) A parte do plano $z = x + y$ que fica no interior do cilindro $x^2 + y^2 < 9$.
 - b) A parte da superfície $z = xy$ que fica no interior do cilindro $x^2 + y^2 < 25$.
 - c) A parte do cilindro $x^2 + z^2 = 1$ compreendida entre os planos $y = \pm 1$.
 - d) A parte do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ compreendida entre os planos $z = 2$ e $z = 5$.
 - e) A parte da esfera de raio 5 centrada na origem situada acima do plano $z = 3$.
 - f) A parte da esfera de raio 5 centrada na origem que fica de fora do cilindro $x^2 + y^2 = 9$.