

Miniteste – 14 de Novembro de 2011

1. Sejam  $a, b \geq 0$  e  $m > 0$  inteiros. Mostre que

$$a \bmod m = b \bmod m$$

se e só se  $a \equiv b \pmod{m}$ .

2. Estude o seguinte código

```
seula[n_Integer /; n >= 2] :=  
  Module[{data = Range[2, n], pdiv = 2, i = 1},  
    While[pdiv^2 <= n,  
      data = Complement[data, Range[2 * pdiv, n, pdiv]];  
      i = i + 1;  
      pdiv = data[[i]]  
    ];  
    data]
```

- a) Descreva, passo a passo, o que o programa faz.
- b) Se executar `seula[15]` qual será o resultado? Justifique.
3. a) Defina uma função *Mathematica* que, dado um inteiro  $n \geq 4$ , produza o resultado `True` se  $n$  é da forma  $6k+1$  ou  $6k-1$ , onde  $k$  um inteiro positivo, e dê `False` no caso contrário. Valide convenientemente os dados.
- b) Escreva um código *Mathematica* para testar a seguinte conjectura:

*todo o primo  $p \geq 5$  pode ser escrito na forma  $6k + 1$  ou  $6k - 1$  para algum inteiro positivo  $k$*

Sugestão: Utilize comandos `Prime` e/ou `PrimePi` para criar uma lista com todos os primos entre 5 e 100 e aplique a função que definiu na alínea anterior a esta lista.

- c) A conjectura apresentada na alínea anterior será verdadeira? Justifique a sua resposta.
4. Sejam  $a, p > 1$  dois inteiros. Mostre que se  $a^p - 1$  é primo então  $a = 2$  e  $p$  é primo.