

Análise Matemática III

1º semestre de 2006/2007

Exercício teste 6 (a entregar na aula prática da semana de 23/10/2006)

a) Mostre que o campo vectorial

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{y}{1+x^2y^2}, \frac{x}{1+x^2y^2} + y \right)$$

é um campo fechado em \mathbb{R}^2 .

- b) Justifique porque é que \mathbf{F} é um campo gradiente em \mathbb{R}^2 , sem calcular explicitamente um potencial escalar. Obtenha depois um potencial escalar $\phi(x, y)$ para o campo \mathbf{F} .
- c) Seja C o caminho que percorre no sentido anti-horário o arco da circunferência de raio 2 centrada na origem de \mathbb{R}^2 ligando os pontos $(2, 0)$ e $(0, 2)$. Calcule

$$\int_C (\mathbf{F} + \mathbf{G}) \cdot d\mathbf{r}$$

onde \mathbf{G} é o campo vectorial $\mathbf{G}(x, y) = (xy, y^2)$.