

Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste (Versão A)

7 de Janeiro de 2013, 9 horas

LEE, LEGI, LEIC (Taguspark), LERC

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

- (3) 1. Calcule, se existirem em $\overline{\mathbb{R}}$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x(x-2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctg(x-1)^2}{x^3 - 3x + 2}$$

- (3) 2. Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

a) $\frac{3e^x}{e^x + 5}$, b) $x^3 \log x$,

- (3) 3. Calcule a área da região plana delimitada pelos gráficos das funções $y = x^2$ e $y = 2|x|$.

- (2.5) 4. Calcule o integral

$$\int_1^4 \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}} dx$$

- (3) 5. Dada uma função $f \in C^1(\mathbb{R})$, seja ϕ a função definida em \mathbb{R} por

$$\phi(x) = x \int_1^{e^x} \frac{f(t)}{t} dt$$

Determine as funções ϕ' e ϕ'' .

- (3) 6. Determine para que valores de $x \in \mathbb{R}$ a seguinte série converge absolutamente, converge simplesmente ou diverge:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n + 3^n}.$$

- (2.5) 7. Seja $f \in C(\mathbb{R})$ uma função periódica de período $T > 0$ (i.e., $f(x+T) = f(x)$, para todo o $x \in \mathbb{R}$). Mostre que a função

$$\varphi(x) = \int_0^x f(t) dt$$

é periódica de período T se e só se $\int_0^T f(t) dt = 0$.