

Cálculo Diferencial e Integral I

2º Teste (Versão B) 6 de Janeiro de 2014

LEE, LEGI, LEIC-TP, LETI

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(4,0) **I.** Calcule, se existirem em $\overline{\mathbb{R}}$, os seguintes limites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\text{sen}(\arccos x)}{x - 1}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(\arccos x)}{x^2}, \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\int_x^2 (2 - t) e^{t^2} dt}{(x - 2)^2}.$$

(3,5) **II.** Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

$$\text{a) } \frac{1}{(x + 3)^5}, \quad \text{b) } \frac{8e^x}{e^{2x} + 4}, \quad \text{c) } x \log^2 x.$$

(3,0) **III.** Calcule a área da região plana delimitada pelos gráficos das funções

$$f_1(x) = -|x| \quad \text{e} \quad f_2(x) = x^2 - 6.$$

(3,0) **IV.** Sejam g uma função definida e diferenciável em \mathbb{R} e h a função definida por

$$h(x) = \int_2^{x^2-x} g(t) dt, \quad x \in \mathbb{R}$$

Calcule, justificando, h' e h'' .

(4,5) **V.** Estude quanto à natureza (convergência simples, absoluta e divergência) as séries seguintes:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^3 + 2n + 1}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2 + \sqrt[3]{n^2}}, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n! + 2}.$$

(2,0) **VI.** Seja g uma função definida e contínua em \mathbb{R} e considere a função

$$\phi(x) = \int_0^x e^{3(x-t)} [1 + (g(t))^2] dt, \quad x \in \mathbb{R}$$

Prove que se tem

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \phi(x) = +\infty.$$