Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

1º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR
CURSO: Informática

1º TESTE – 5/XI/98 – Turma 10106/107/108/109 A Duração: 50mn

1 – (4 valores)

(a) Escreva os números complexos $\frac{1}{2-3i}$ e $(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)^3$ na forma $a+bi$, com $a,b\in\mathbb{R}$.

(b) Determine todas as soluções da equação $z^3-i=0$.

2 – (7 valores) Seja $h\in\mathbf{R}$ e considere a matriz

$$A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & h & -2 \\ 1 & -1 & h-1 \end{bmatrix}$$

(a) Determine a característica e nulidade da matriz A em função do parâmetro real h. Para $h=1$, determine o núcleo de A indicando a sua dimensão e uma base.

(b) Para $h=2$, justifique que A é invertível e calcule a sua inversa.

3 – (6 valores) Seja S o subconjunto de $\mathbb{R}^3$ definido por

$$S=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 : x+z=0 \text{ e } y=2x\}.$$

(a) Mostre que S é um subespaço linear de $\mathbb{R}^3$.

(b) Determine a dimensão e uma base para S.

4 – (3 valores) Seja A uma matriz quadrada, $(n\times n)$, com entradas reais.

(a) Mostre que $\mathcal{I}(A)\subset\mathcal{N}(A)$ sse $A^2=\mathbf{0}$ (matriz nula).

(b) Dê um exemplo de uma matriz real A, (2×2), tal que $\mathcal{I}(A)=\mathcal{N}(A)$.