

## 1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA I CURSOS: LESIM, LERCI e LEGI

1º TESTE – 28/Out/2002 – LERCI Turma 01

Duração: 50mn

1 (8 val.) Estude quanto à convergência em  $\overline{\mathbb{R}}$  as sucessões seguintes:

$$(a) \frac{n-1}{\sqrt{n^2+1}} \quad (b) \frac{2^{2n}-3^n}{2^n-3^{2n}} \quad (c) \left(\frac{3n+2}{3n-1}\right)^{\frac{n}{2}}$$

2 (5 val.) Considere o conjunto  $S \subset \mathbb{R}$  definido por

$$S = \{x \in \mathbb{R} : |x-3| > 2 \wedge x \geq 0\}.$$

- (a) Mostre que  $S = [0, 1[ \cup ]5, +\infty[$ .
- (b) Determine caso existam, ou justifique que não existem, o conjunto dos minorantes, o conjunto dos majorantes, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo de  $S$ .
- (c) Dê um exemplo de uma sucessão crescente e convergente,  $u_n \rightarrow a$ , com  $u_n \in S$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ , e  $a \notin S$ .

3 (4 val.) Considere a sucessão  $(x_n)$  definida por

$$x_1 = 1 \quad \text{e} \quad x_{n+1} = \sqrt{\frac{3+x_n^2}{2}}.$$

- (a) Mostre que  $(x_n)$  é estritamente crescente e que

$$x_n < 2, \quad \forall n \geq 1.$$

- (b) Conclua, com base no resultado da alínea anterior, que  $(x_n)$  é convergente, e calcule o seu limite.

4 (3 val.) Usando apenas as propriedades dos números reais especificadas pelos seus cinco Axiomas de Corpo (i.e. comutatividade e associatividade de  $+$  e  $\cdot$ , distributividade, existência de elementos neutros, simétricos e inversos), mostre que para quaisquer  $x, y \in \mathbb{R}$ , com  $y \neq 0$ , existe um e um só  $z \in \mathbb{R}$  tal que  $x = y \cdot z$ .