

1^o TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA I
CURSOS: LESIM, LERCI e LEGI

1^o TESTE – 31/Out/2002 – LERCI Turma 03

Duração: 50mn

1 (8 val.) Estude quanto à convergência em $\overline{\mathbb{R}}$ as sucessões seguintes:

(a) $\frac{n + \cos(n)}{2n - 1}$ (b) $\frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n}}{n + 1}$ (c) $\left(1 - \frac{n}{n + 1}\right)^{\frac{1}{n}}$

2 (5 val.) Considere o conjunto $S \subset \mathbb{R}$ definido por

$$S = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4 \leq 0 \wedge x + 1 > 0\}.$$

- (a) Mostre que $S =] - 1, 2]$.
- (b) Determine caso existam, ou justifique que não existem, o conjunto dos minorantes, o conjunto dos majorantes, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo de S .
- (c) Dê um exemplo de uma sucessão convergente, $u_n \rightarrow a$, com $u_n \notin S$, $\forall n \in \mathbb{N}$, e $a \in S$.

3 (4 val.) Considere a sucessão (x_n) definida por

$$x_1 = 0 \quad \text{e} \quad x_{n+1} = \frac{1}{x_n + 2}.$$

(a) Mostre que

$$x_n \geq 0 \quad \text{e} \quad x_{n+2} - x_{n+1} = \frac{x_n - x_{n+1}}{(x_{n+1} + 2)(x_n + 2)}, \quad \forall n \geq 1.$$

(b) Use o resultado da alínea anterior para provar que (x_n) é convergente, e calcule o seu limite.

4 (3 val.) Seja $Y \subset \mathbb{R}$ um conjunto não-vazio e majorado, com supremo $y \in \mathbb{R}$. Mostre que existe uma sucessão (y_n) de termos em Y convergente para y .