

2º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA I CURSOS: LESIM, LERCI e LEGI

2º TESTE – 3/Dez/2002 – LESIM Turma 04

Duração: 50mn

- 1 (7 val.) Determine se são absolutamente convergentes, simplesmente convergentes ou divergentes, as seguintes séries numéricas:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 1}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^3 + 4}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n)}{2^n - 1}.$$

- 2 (5 val.) Seja g a função definida pela fórmula

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^2 - 1}$$

no conjunto de todos os pontos em que a série é convergente. Determine o domínio da função g e calcule o seu valor no ponto $x = 0$.

- 3 (8 val.) Considere a função $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} k + e^{-\frac{1}{x}} & , x > 0 \\ x(2 - x) & , x < 0 . \end{cases}$$

onde $k \in \mathbb{R}$ é uma constante.

- (a) Estude a função f no que respeita à continuidade no seu domínio $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- (b) Calcule

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

- (c) Determine o valor da constante $k \in \mathbb{R}$ para o qual a função f é prolongável por continuidade ao ponto zero.
- (d) Denotando por $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ esse prolongamento por continuidade, indique justificando o contradomínio de F .