

## 2º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA I CURSOS: LESIM, LERCI e LEGI

2º TESTE – 5/Dez/2002 – LESIM Turma 03

Duração: 50mn

1 (7 val.) Determine a natureza das séries numéricas

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{3n+1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{2^{2n}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3-1}{\sqrt{n!}},$$

e calcule o valor da soma de uma delas.

2 (5 val.) Determine o conjunto dos pontos  $x \in \mathbb{R}$  onde a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1} (x+1)^n$$

é (i) absolutamente convergente, (ii) simplesmente convergente e (iii) divergente.

3 (8 val.) Considere a função  $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} \tan\left(\frac{\pi x}{2(1+x)}\right) & , x > 0 \\ (x+1)^2 - k & , x < 0. \end{cases}$$

onde  $k \in \mathbb{R}$  é uma constante.

(a) Estude a função  $f$  no que respeita à continuidade no seu domínio  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

(b) Calcule

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

(c) Determine o valor da constante  $k \in \mathbb{R}$  para o qual a função  $f$  é prolongável por continuidade ao ponto zero.

(d) Denotando por  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  esse prolongamento por continuidade, indique justificando o contradomínio de  $F$ .