

2º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA I CURSOS: LESIM, LERCI e LEGI

2º TESTE – 5/Dez/2002 – LERCI Turma 03

Duração: 50mn

- 1 (7 val.) Determine se são absolutamente convergentes, simplesmente convergentes ou divergentes, as seguintes séries numéricas:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n + 3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^2)}{n^2}.$$

- 2 (5 val.) Seja g a função definida pela fórmula

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{4^{n+1}}$$

no conjunto de todos os pontos em que a série é convergente. Determine o domínio da função g e calcule o seu valor no ponto $x = -1$.

- 3 (8 val.) Considere a função $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{1-x}} & , x > 1 \\ k - x^2 & , x < 1. \end{cases}$$

onde $k \in \mathbb{R}$ é uma constante.

- (a) Estude a função f no que respeita à continuidade no seu domínio $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- (b) Calcule

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

- (c) Determine o valor da constante $k \in \mathbb{R}$ para o qual a função f é prolongável por continuidade ao ponto um.
- (d) Denotando por $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ esse prolongamento por continuidade, indique justificando o contradomínio de F .