Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA I

CURSOS: Civil, Mecânica, Matemática, Física, Informática, Gestão, Território, Aeroespacial, Electricidade e Ambiente

1º TESTE – 11/IV/00 – Turmas 10105 **A**   Duração: 50mn

1 (8 val.) Estude quanto à convergência em $\overline{\mathbb{R}}$ as sucessões seguintes:

(a) $\dfrac{n\cos(n)}{1+n^2}$ (b) $\sqrt[n]{n!+2^n}$ (c) $\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^{\frac{n^2+1}{n}}$

2 (5 val.) Considere o conjunto $S \subset \mathbb{R}$ definido por

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x+1} \le 0 \right\} .$$

(a) Determine caso existam, ou justifique que não existem, o conjunto dos minorantes, o conjunto dos majorantes, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo de S.

(b) Dê um exemplo de uma sucessão convergente, $u_n \to a$, com $u_n \in S$, $\forall n \in \mathbb{N}_1$, e $a \notin S$.

3 (4 val.) Considere a sucessão (x_n) definida por

$$x_1 = 1 \quad \text{e} \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n + 1} \, .$$

Mostre que (x_n) é monótona e limitada. Conclua que a sucessão é convergente e calcule o valor do seu limite.

4 (3 val.) Sejam A e B dois subconjuntos de $\mathbb{R}$, majorados e não-vazios, tais que $A \subset B$. Prove que

$$\sup A \le \sup B \, .$$