

**1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA I**  
**CURSOS: Civil, Mecânica, Matemática, Física, Informática, Gestão, Território,**  
**Aeroespacial, Electricidade e Ambiente**

1º TESTE – 12/IV/00 – Turmas 03103/4, 07101, 09101, 14105/6, 15101 A Duração: 50mn

**1** (8 val.) Estude quanto à convergência em  $\overline{\mathbb{R}}$  as sucessões seguintes:

(a)  $\frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n + 1}$                       (b)  $\sqrt[n]{3^n + 2^{2n}}$                       (c)  $\left(\frac{n^2 - 1}{n^2}\right)^n$

**2** (5 val.) Considere o conjunto  $S \subset \mathbb{R}$  definido por

$$S = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < |x + 1|\} .$$

- (a) Determine caso existam, ou justifique que não existem, o conjunto dos minorantes, o conjunto dos majorantes, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo de  $S$ .
- (b) Dê um exemplo de uma sucessão convergente,  $u_n \rightarrow a$ , com  $u_n \in S$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}_1$ , e  $a \notin S$ .

**3** (4 val.) Considere a sucessão  $(x_n)$  definida por

$$x_1 = 0 \quad \text{e} \quad x_{n+1} = x_n^2 + \frac{1}{4} .$$

Mostre que  $(x_n)$  é monótona e limitada. Conclua que a sucessão é convergente e calcule o valor do seu limite.

**4** (3 val.) Considere uma sucessão convergente de termo geral  $y_n$  e tal que

$$y_{2n-1} \in ] - \infty, 0[ \quad \text{e} \quad y_{2n} \in ]0, +\infty[, \quad \forall n \in \mathbb{N}_1 .$$

Mostre que o conjunto dos termos da sucessão

$$Y = \{y_n : n \in \mathbb{N}_1\}$$

tem máximo.