Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

1º TESTE DE ANÁLISE MATEMÁTICA I

CURSOS: Civil, Mecânica, Matemática, Física, Informática, Gestão, Território, Aeroespacial, Electricidade e Ambiente

1º TESTE – 12/IV/00 – Turmas 03103/4, 07101, 09101, 14105/6, 15101 **A** Duração: 50mn

1 (8 val.) Estude quanto à convergência em $\overline{\mathbb{R}}$ as sucessões seguintes:

(a) $\dfrac{\sqrt{n^2-1}}{n+1}$ (b) $\sqrt[n]{3^n+2^{2n}}$ (c) $\left(\dfrac{n^2-1}{n^2}\right)^n$

2 (5 val.) Considere o conjunto $S \subset \mathbb{R}$ definido por

$$S = \{x \in \mathbb{R} : |x-1| < |x+1|\} .$$

(a) Determine caso existam, ou justifique que não existem, o conjunto dos minorantes, o conjunto dos majorantes, o supremo, o ínfimo, o máximo e o mínimo de S.

(b) Dê um exemplo de uma sucessão convergente, $u_n \to a$, com $u_n \in S$, $\forall n \in \mathbb{N}_1$, e $a \notin S$.

3 (4 val.) Considere a sucessão (x_n) definida por

$$x_1 = 0 \quad \text{e} \quad x_{n+1} = x_n^2 + \frac{1}{4} .$$

Mostre que (x_n) é monótona e limitada. Conclua que a sucessão é convergente e calcule o valor do seu limite.

4 (3 val.) Considere uma sucessão convergente de termo geral y_n e tal que

$$y_{2n-1} \in]-\infty, 0[\ \text{ e } \ y_{2n} \in]0, +\infty[, \ \forall n \in \mathbb{N}_1 .$$

Mostre que o conjunto dos termos da sucessão

$$Y = \{y_n : n \in \mathbb{N}_1\}$$

tem máximo.